

n. 31

# disegnare

idee immagini  
*ideas images*

Rivista semestrale del Dipartimento RADAAR  
*Biannual Magazine of the Department of Survey,  
Analysis and Drawing of the Environment  
and Architecture*

Università degli Studi di Roma «La Sapienza»  
*Rome University "La Sapienza"*

Anno XVI, n. 31/2005  
Italia € 7,75 - USA and Canada \$ 16,00

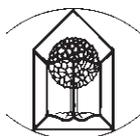
**Full english text**



Rivista semestrale del Dipartimento  
di Rilievo, analisi e disegno dell'ambiente  
e dell'architettura  
Università degli Studi «La Sapienza» di Roma  
*Biannual magazine of Rome University*  
"La Sapienza"

Registrazione presso  
il Tribunale di Roma  
n. 00072 dell'11/02/1991

Proprietà letteraria riservata



GANGEMI EDITORE SPA  
Piazza San Pantaleo 4, 00186 Roma  
Tel. 0039 6 6872774 Fax 0039 6 68806189  
E-mail info@gangemieditore.it  
Catalogo on line www.gangemieditore.it

Un numero € 7,75 - estero € 15,50  
Arretrati € 15,50 - estero € 23,25  
Abbonamento annuo € 15,50 - estero € 31,00  
One issue € 7,75 - Overseas € 15,50  
Back issues € 15,50 - Overseas € 23,25  
Annual Subscription € 15,50 - Overseas € 31,00

#### Abbonamenti/Annual Subscription

Versamento sul c/c postale 343509  
intestato a: Licosa Spa – Via Duca di Calabria 1/1  
50125 Firenze  
Payable to: Licosa Spa – Via Duca di Calabria 1/1  
50125 Firenze  
post office account n. 343509

#### Distribuzione/Distribution

Librerie in Italia/Bookstores in Italy  
Joo distribuzione – Via F. Argelati, 35  
20134 Milano  
Librerie all'estero/Bookstores overseas  
Licosa Spa Via Duca di Calabria 1/1  
50125 Firenze  
Edicole in Italia/Newsstands in Italy  
C.D.M. – Viale Don Pasquino Borghi, 174  
00144 Roma

ISBN 88-492-1097-3

ISSN IT 1123-9247

Finito di stampare nel mese di dicembre 2005  
Grafiche Chicca & C. Villa Greci - Tivoli (Roma)

**Direttore responsabile**  
*Editor-in-Chief*  
Mario Docci

#### Comitato Scientifico Scientific Committee

Gianni Carbonara, Maurice Carbonnell,  
Secondino Coppo, Cesare Cundari,  
Gaspere de Fiore (coordinatore),  
Mario Docci, Mario Fondelli,  
Diego Maestri, Emma Mandelli,  
Carlo Mezzetti, Riccardo Migliari,  
Franco Mirri, Achille Pascucci,  
Alberto Pratelli, Ciro Robotti, Giorgio Testa

#### Comitato di Redazione Editorial Staff

Piero Albinin (coordinatore),  
Anna Laura Carlevaris, Marco Carpiceci,  
Emanuela Chiavoni, Luigi Corvaja,  
Laura De Carlo, Tiziana Fiorucci,  
Antonino Gurgone, Paola Quattrini,  
Alessandro Sartor

#### Coordinamento editoriale Editorial coordination

Tiziana Fiorucci

#### Progetto grafico/Graphic design

Gino Anselmi

#### Traduzioni/Translation

Erika G. Young

#### Segreteria/Secretarial services

Marina Finocchi Vitale

#### Redazione/Editorial office

Piazza Borghese, 9 - 00186 Roma  
tel. +39/0649918849  
fax +39/0649918884

#### In copertina/Cover:

Aimaro Isola, Occhi (acquerello e china).  
Aimaro Isola, Eyes  
(watercolour and Indian ink).

Anno XVI, n. 31, Dicembre 2005

- 3 Mario Docci  
Editoriale/Editorial
- 7 Paolo Desideri  
Disegnare per costruire  
Drawing to build
- 10 Aimaro Isola  
La matita e il coltello  
The pencil and the knife
- 18 Angelo Ambrosi, Gabriele Rossi  
La rappresentazione delle volte leccesi  
tra rilievo e iconografia  
Survey and iconography in the representation  
of vaults in the Lecce region
- 28 Riccardo Migliari  
La prospettiva e Panofsky  
Panofsky and perspective
- 44 Andrea Casale  
La non prospettiva vitruviana  
Vitruvian non perspective
- 56 Roberto Corazzi, Giuseppe Conti  
La cupola di Brunelleschi fra ipotesi e realtà  
Brunelleschi's dome between theory and reality
- 68 Livio Sacchi  
Il rilevamento di Palazzo Mattei di Giove  
a Roma  
The survey of Palazzo Mattei di Giove  
in Rome
- 82 Marco Gaiani, Gabriele Guidi, Laura Micoli,  
Massimo Musio Sale, Michele Russo  
Reverse modeling per la nautica:  
rilievo dello scafo di un gommone  
con sistemi di scansione 3D a basso costo  
Reverse modeling for boats:  
survey of the hull of an inflatable  
boat using low cost 3D scansion systems
- 94 Attualità/Events

Aimaro Isola, *L'architettura* (seppia).  
*Aimaro Isola, The architecture* (sepia).

---



---

## Editoriale

Il quattro agosto dell'anno 1980, io, i professori Vagnetti, De Fiore e Filosto, ci recammo da un notaio romano per sottoscrivere l'atto di fondazione dell'associazione italiana tra i professori universitari del disegno, denominata UID. Lo statuto, sottoscritto davanti al notaio, all'articolo 2 fissava gli scopi dell'associazione: «L'Unione persegue, senza scopo di lucro, i seguenti fini: a) sviluppare, promuovere, coordinare l'attività di ricerca nell'area delle discipline del disegno; b) coordinare e sviluppare l'attività delle discipline del disegno indagandone le componenti e le metodologie interdisciplinari, a tutti i livelli ed in tutti i tipi di istruzione».

Proprio in quel periodo si stava avviando a conclusione il primo concorso nazionale per professori di prima fascia del disegno, poiché fino ad allora il disegno era stato incluso nel raggruppamento disciplinare della composizione architettonica. L'università italiana, in precedenza, non aveva mai riconosciuto al disegno una sua autonomia disciplinare; tale traguardo fu invece raggiunto grazie alla capacità e all'impegno di Luigi Vagnetti, allora membro del CUN.

L'attivazione di uno specifico settore disciplinare per il disegno, se da un lato costituiva un eccellente punto di partenza, dall'altro non assicurava la stabilità nel tempo del raggruppamento, a meno che il livello scientifico della nostra ricerca non fosse stato alto. Proprio per questo si ritenne utile costituire un'associazione scientifica, sul modello di altre già esistenti, per sviluppare e sostenere la ricerca scientifica nel nostro settore.

Tenuto conto che al momento della firma dello statuto dell'UID i professori di disegno di prima fascia in Italia si potevano contare sulle dita di una mano e che, di lì a qualche mese, altri 18 professori sarebbero usciti vincitori dal primo concorso nazionale, non era difficile che essi intraprendessero un percorso comune per rafforzare e sviluppare la ricerca scientifica, ciò anche al fine di dare maggiore visibilità ai docenti di disegno.

Oggi quel gruppo è cresciuto molto, essendo composto da 57 professori di prima fascia, da 99 di seconda fascia e da 110 tra ricercatori e assistenti ordinari, ai quali si debbono aggiungere diverse decine di dottori di ricerca. E nel corso di questi venticinque anni non solo sono aumentati numericamente i docenti di disegno, che insegnano in molti corsi di laurea nelle facoltà di Architettura, di Design e di Ingegneria, ma si è anche registrata una loro crescita qualitativa e un notevole ampliamento del terreno di indagine. Oggi abbiamo docenti che svolgono la propria attività di ricerca non solo nel settore scientifico disciplinare del disegno, nelle sue varie accezioni, ma anche in quelli della storia e dei metodi di rappresentazione, della storia e delle metodologie di rilevamento, della rappresentazione del territorio e della cartografia, della grafica, della computer grafica e della modellazione virtuale. Gaspare de Fiore, che fin dalla nascita dell'UID ne ha assunto la presidenza per unanime volontà degli associati, ha svolto il suo lavoro con grande sapienza, puntando prima di tutto a creare un saldo senso della comunità e un profondo rapporto di amicizia tra i membri dell'area, riuscendo poi ad ampliare il numero dei docenti attraverso un'attenta politica delle sedi, cercando al contempo di mantenere alto il livello scientifico, come hanno mostrato i diversi Convegni UID, svoltisi prima a Santa Margherita Ligure e poi a Lerici.

Sul finire del primo decennio degli anni ottanta, forse anche in relazione con un periodo di buon andamento delle università italiane, l'UID ha rallentato il suo slancio, ma anche se il suo ruolo è stato meno incisivo in questi ultimi anni, il nostro raggruppamento ha sempre mantenuto una presenza di primo piano nella ricerca, come dimostrano i progetti nazionali finanziati al nostro settore. Nonostante la forte contrazione dei fondi nazionali per la ricerca, il settore del disegno, infatti, è sempre stato ai primi posti rispetto agli altri settori del Comitato ingegneria architettura.

Le dimensioni raggiunte dal nostro settore disciplinare, che conta oltre 250 docenti, hanno creato non poche difficoltà, tra le altre quella di dover aggiornare gli obiettivi di un'associazione che ormai aveva raggiunto molti degli obiettivi iniziali; così, nel 2003, si è sentita la necessità di aggiornare il nostro statuto al fine di dare nuovo impulso alle attività, rinnovando al tempo stesso il Consiglio direttivo e il Comitato scientifico. Oggi, prima di riformulare il programma per un nuovo triennio, è venuto il momento di fare un bilancio di quello appena trascorso che presenta alcune luci ma anche ombre.

Partiamo dal problema della ricerca i cui risultati, come tutti sanno, vengono portati a conoscenza degli altri colleghi attraverso le pubblicazioni o la presentazione nei convegni.

La nostra area mette in cantiere, a vario titolo, non meno di cinque o sei convegni e/o seminari all'anno; si tratta, a mio avviso, di un numero troppo alto che determina da un lato una sottrazione di risorse alla ricerca e dall'altro non consente, per i tempi stretti che intercorrono tra un incontro e l'altro, di garantire sempre l'alta qualità del contenuto scientifico dei contributi presentati. Credo che il problema meriti una riflessione da parte di tutti e che sull'argomento si possa imparare qualcosa dai colleghi spagnoli che hanno una situazione organizzativa e numerica molto simile alla nostra. Essi danno vita a un grande convegno ogni due anni e in tal modo riescono a mantenere molto elevato il livello scientifico dei loro contributi. Tenuto conto che nell'organizzazione di un convegno si concretizzano i legittimi desideri della sede che lo organizza, si potrebbe pensare di programmare un convegno all'anno, affidandone, di volta in volta, la realizzazione alle sedi che ne fanno richiesta.

La ricerca ha bisogno di essere sostenuta da un flusso continuo di risorse economiche e oggi, nel nostro paese, i fondi per la ricerca sono drasticamente ridotti. Ritengo che in questo senso l'UID debba e possa svolgere due azioni: la prima rivolta a un maggior coordinamento tra i gruppi nazionali di ricerca in modo da aggregare, attorno a temi omogenei, le diverse unità di ricerca; la seconda indirizzata al reperimento di nuovi fondi in Europa. Per competere anche in campo internazionale è necessario che l'UID si valga della consulenza di persone che hanno maturato un'esperienza in questo settore e occorre anche costruire una o più reti con altre Università europee, al fine di poter entrare a pieno titolo nel VII programma quadro.

Rimane da analizzare un ultimo aspetto, forse quello preminente, mi riferisco alla valutazione della ricerca; ritengo che il nostro settore debba muoversi con grande celerità in questa direzione, analizzando alcuni indicatori nazionali, o meglio internazionali, e trovando in ogni caso un meccanismo per qualificare meglio le testate delle nostre riviste, attraverso il loro inserimento nei circuiti internazionali. Il CIVR ha già dato alcune risposte sul livello della ricerca nei Dipartimenti, sia pure aggregando interi comparti della ricerca; credo che l'UID debba sperimentare un sistema di valutazione della ricerca all'interno della nostra area, prima che questo ci venga imposto da altri. Si tratta di far uso di alcune esperienze internazionali e di modificarle per le nostre esigenze, mettendo in campo degli indicatori capaci di evidenziare le qualità intrinseche al nostro settore. Un sistema di valutazione della ricerca, specifico per la nostra area, potrebbe anche aiutare i giovani docenti a realizzare le loro giuste aspirazioni di carriera, riducendo il grado d'aleatorietà dei concorsi.

Le difficoltà dell'UID nascono dalla necessità di doversi affidare al volontariato per portare avanti le diverse iniziative. Tre anni fa, ad esempio, si è deciso che bisognava creare un sito in modo da fornire un migliore servizio ai soci; ebbene il sito è stato creato, e di questo va dato merito al professor Carlo Mezzetti e ai suoi collaboratori, ma quando si è trattato di «riempirlo» di contenuti e di alimentarlo di nuovi dati, invece di collaborare tutti, si sono attivate alcune finestre informative su altri siti già esistenti, lasciando il nostro privo di queste informazioni.

Credo che in questo momento vi sia troppa competitività all'interno dell'UID e se un po' di competizione è auspicabile, perché serve da stimolo, quando è troppa risulta paralizzante.

Presto l'UID dovrà rinnovare i propri organi per riprendere il suo impegno. Alcuni colleghi, delle generazioni più giovani, vorrebbero, a mio avviso legittimamente, sostituire i colleghi più anziani nella direzione dell'Unione. Ebbene, ben venga un confronto di idee in base al quale operare le scelte di chi dovrà rappresentarci negli organi dell'UID, purché si sia coscienti che la nostra è una associazione scientifica e culturale, dove contano le idee, ma soprattutto dove debbono essere garanzia di continuità i risultati scientifici e culturali conseguiti da ciascuno nel corso degli anni.

Al confronto di idee vi è un solo limite, quello previsto nelle finalità della nostra associazione riportate nello statuto; se così sarà, la nostra Unione non avrà nulla da temere, se così sarà, sono certo che essa potrà continuare a migliorare e a potenziare la qualità della ricerca nel settore del disegno.

## *Editorial*

On August 4, 1980, Prof. Vagnetti, Prof. De Fiore, Prof. Filosto and I went to a notary to sign the Act of Establishment of the Italian Association of University Professors of Drawing, called *Unione Italiana Disegno* (UID, Italian Union of Draftsmen). Article 2 of the constitution, signed in front of the notary, laid down the scope of the association:

*“The no-profit association will pursue the following aims: a) to develop, promote and coordinate research in the field of drawing; b) to coordinate and develop drawing by studying interdisciplinary issues and methodologies, at all levels and in all fields”.*

*At that time, the first national competition for professors in the field of Drawing was just finishing; previously, drawing had been taught as a separate subject in courses on Architectural Composition. Up till then, Italian universities had never acknowledged drawing as an independent branch of learning. This recognition was achieved thanks to the commitment of Luigi Vagnetti, former member of the National University Council.*

*If, on the one hand, the establishment of a specific field of learning for Drawing was a good starting point, on the other, it would only ensure stability if the scientific level of our research was first-class. So we thought it was important to create a scientific association, like many other similar ones, to develop and support scientific research in our field of learning.*

*Bearing in mind that when the constitution was signed, there were only a handful of professors in Italy. We thought that, together with the 18 winners of the first national competition, it would be possible to work to strengthen and develop scientific research and that this would have also guaranteed greater visibility to those who taught drawing.*

*Today that group has grown: it includes 57 professors, 99 senior lecturers and 110 researchers and ordinary assistants, as well as many research graduates. The number of lecturers of Drawing that teach in scores of Graduate Courses in the Faculties of Architecture, Design and Engineering has grown not only in numbers, but qualitatively as well. In the last twenty-five years, research in this branch of learning has grown enormously. There are lecturers who carry out research in all fields associated with drawing and who also teach other subjects including the history and methods of representation, the history and methods of survey, territorial representation and cartography, graphics, computer graphics and virtual modelling.*

*Gaspare De Fiore has been the President of the UID ever since it was founded, unanimously elected by all the members. He has carried out his work with great care, mainly focusing on creating a profound sense of friendship and unity between the members. Later on, he managed to increase the number of lecturers by implementing a decentralising policy, while at the same time maintaining high scientific standards. Many of the Conferences held first in Santa Margherita Ligure and then in Lerici are proof of his efforts.*

*The end of the eighties was a positive period in the history of Italian universities, although the activities of the UID slowed down a little. However, we shouldn't forget some of our conferences in which we were able to compare the results of our research and take stock of our progress. Even if the UID was not as incisive as before during that period, we should remember that our group always played an important role in the field of research. This is confirmed by the national projects that were financed in our branch of learning. Even if research funds have been reduced in recent years, Drawing has always been one of the first beneficiaries compared to the other sectors of the Architecture and Engineering Committee.*

*The increase in size of our branch of learning, with over 250 lecturers, did create certain difficulties, one of which was to update the scope of an association that had achieved many of its initial goals. So in 2003, we felt we should amend our constitution in order to breathe new life into our work. We also elected a new Management Committee and Scientific Committee. Now, before elaborating a new programme for the next three-year period, we need to take stock of what we've done, for better and for worse.*

*We all know that the problems related to research were communicated to other colleagues either in our publications or during our conferences. Unfortunately, in my opinion, our branch of learning holds no*

---

*less than five or six conferences and/or seminars per year on various subjects. Far too many. They subtract funds from research and also question the scientific content of some of these contributions because the conferences take place so frequently.*

*I believe we should think about this, because too many conferences won't guarantee excellence. I think we can learn from our Spanish colleagues; their numbers and organisational set-up is very similar to ours. They hold a big conference every two years. By doing so, they maintain high levels of excellence. Bearing in mind that the legitimate aspirations of the place where the event is organised have to be taken into account, we should think about organising one event per year, to be held in cities/towns that ask to host the event.*

*Research has to be supported by regular economic resources. In Italy today, there have been drastic cuts in funds for research. I think that the UID should, and can, do two things. The first is to achieve greater coordination between national research teams; it should group these teams together and have them focus on similar research subjects. The second is to raise new funds in Europe. To do this, we need people who have the right experience in this field; they should be hired as consultants for the UID so that we can compete in the international arena and we should create one or more networks with other European Universities in order to be full partners in the VII framework programme.*

*There's one last, but not least, issue to be discussed: how to evaluate research. I think we should focus on this issue very quickly and analyse some national, or rather, international indicators. In any case, we should develop a mechanism to improve and promote our magazines and make them part of the international circuit. The CIVR has already provided some data on the level of research in different Departments, even if they have grouped together entire fields of research. I believe that the UID should experiment with an assessment system regarding research in our own specific field, before others impose one on us. We should take certain international methods and adapt them to our own needs, elaborating indicators that emphasise the intrinsic quality of our branch of learning. A specific assessment system might help young lecturers in their legitimate desire for a career, reducing the uncertainty of competitions.*

*The difficulties faced by our association are linked to the fact that our initiatives are all done on a voluntary basis. Three years ago we decided to create a UID website for our members. The website was set up thanks to Prof. Carlo Mezzetti and his collaborators, but it needed to be "filled" with content and continually updated with new information. Instead of working all together to make it a success, more information was put on other sites that already existed and our website was left hanging. I think that the current, widespread competition in the UID is healthy if it acts as a stimulus; but too much competition will paralyse our efforts.*

*Very soon the UID will have elections and start working again. We should realise that some of our younger colleagues legitimately aspire to replace some of the older members of the Association. I'm all for discussing options and approaches in order to choose who should represent us in the governing bodies of the UID, just so long as we are aware that ours is a cultural and scientific association, where ideas count, but above all, there needs to be continuity vis-à-vis the scientific and cultural results we have achieved over the years.*

*There's only one caveat to discussing ideas: the scope written in our association's constitution. If we respect this caveat, then our association has nothing to fear. I am sure it will continue to improve and strengthen the quality of research in the field of Drawing.*

# disegno/drawing

Paolo Desideri

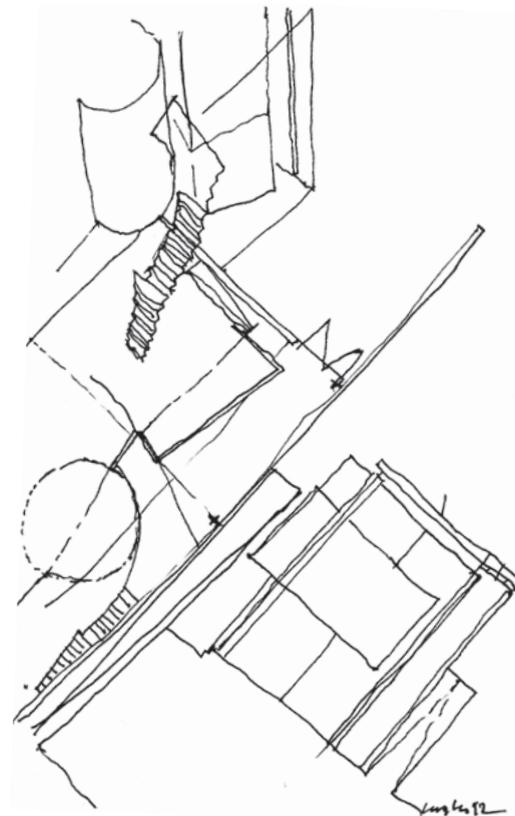
Disegnare per costruire

Per noi dello studio ABDR (oltre a me Maria Laura Arlotti, Michele Becco, Filippo Raimondo) la pratica del disegno era la base di un'affinità culturale complessiva. Quando disegnavamo con il parallelino, sui tavoli dello studio i disegni restavano in attesa del primo che arrivava per riprendere ad avanzare. Un rapporto tra disegno e progetto che in quegli anni viveva atmosfere di grande attenzione a partire dal progressivo dissolvimento del cantiere, a partire dalla perdita di centralità del confronto tra architettura e costruzione. Ne risentiva, ovviamente, il disegno dell'architettura che mai come in quegli anni appariva come un prodotto artistico quasi autonomo e liberato dall'obbligo di confrontarsi con il progetto, più finalizzato alla restituzione del valore *noumenico* piuttosto che di quello *fenomenico* della realtà.

Vivevamo, allora, un'attitudine e una passione per il disegno in sé, piena di riti: lo stenditoio, la china e i rapidograph, il lucido, le lamine per grattare gli errori, la gomma, le mine di diversa durezza. Eppoi la *post produzione*, perfezionata in tanti anni, che era il nostro marchio di fabbrica: dopo le cianografie, il trattamento del colore con i pantone e le bombolette spray e infine colla spray per incollare gli strati. Pratiche e tempi oggi impensabili, frutto di una dedizione alla pratica del disegno piena di sperimentalismo e di autodidattismo.

Poi è arrivato il computer e ha cambiato tutto; almeno all'inizio, perché col tempo siamo tornati a lavorare con una strategia della rappresentazione tutto sommato identica a quella di allora. Invece degli strati di carta oggi si sovrappongono layer colorati: il senso del collage resta il medesimo. Soprattutto, dopo l'ubriacatura della modellazione digitale tridimensionale, abbiamo abbandonato la strada digitale per la rappresentazione tridimensionale. Il plastico, quello vero, continua a essere uno strumento assolutamente insostituibile per progettare e controllare il progetto. Oggi come allora, invece, usiamo molto il collage sul disegno tecnico: in questa direzione autocad bidimensionale + photoshop è uno strumento eccezionale. Continuiamo a disegnare tanto, anzitutto per noi stessi: le decisioni progettuali importanti sono ancora tutte severa-

mente collegiali e non abbiamo alcun tipo di divisione lavorativa per fasi. Il problema è, credo, la capacità di sviluppare concept in grado di confrontarsi fin dalla fase iniziale con la condanna (o la salvezza) rappresentata da un futuro realizzativo. In questo caso è necessario rifondare da subito il rapporto tra invenzione formale e gestione del progetto, a partire dal verticale incremento delle variabili che siamo chiamati a controllare. Nelle condizioni estreme prodotte dalla complessità tipica dei grandi progetti contemporanei, credo si generi un livello continuo di *feed-back* tra le variabili coinvolte che può trovare soluzione solo per mezzo della forma che è chiamata, perciò, a rinunciare a qualsiasi approccio di tipo autoreferenziale e *beaux-art*. Una vera e propria torsione dell'orizzonte poetico-creativo dentro cui muove il progetto, che è chiamato a spendersi interamente nella ricerca delle condizioni di un possibile, miracoloso equilibrio tra le tante variabili del sistema complesso che è la progettazione contemporanea. Ma tutto questo, oggi più che mai, è controllabile solo per mezzo del disegno.



## Drawing to build

*Drawing was the heart and soul of a common cultural affinity for the four of us at the ABDR studio (Maria Laura Arlotti, Michele Becco, Filippo Raimondo and I). When we drew with a parallel ruling straightedge, the drawings on the drafting table waited until someone else came along to finish them. At the time, the link between drawing and projects was the subject of much debate: worksites were gradually disappearing and the bond between architecture and construction was no longer central to the project. Naturally this affected architectural drawings. Contrary to what happened in the past, they started to look more like an almost independent artistic work of art; freed from having to deal with the project, their goal was to give reality a noumenic rather than a phenomonic value.*

*We felt passionately and professionally inclined towards drawing, to its rites: the drafting table, the Indian ink and rapidograph, tracing paper, razor blades to scratch out mistakes, rubbers and all sorts of pencils. And post-production, honed down to perfection after so many years, was our trademark: after the blue prints came the colouring with a pantone colour system and spray paints and, finally, spray glue to stick the layers together. Habits and rhythms that are now unthinkable, the features of a dedication to drawing packed with experimentalism and self-teaching.*

*Then the computer arrived and changed all that, at least at first, because after a while we went back to a representation strategy that was, all things considered, identical to the one we used to use. Instead of sticking sheets of paper together, we stick coloured layers: the sense of collage hadn't changed. In particular, after the initial enthusiasm about three-dimensional digital models, we abandoned the digital part in favour of three-dimensional representation. Scale models – the real ones – continue to be an absolutely crucial tool to design and monitor a project. Instead, we still use collage for technical drawings, just like we did before: in this context, two-dimensional autocad + photoshop is a valuable and remarkable tool. We still draw a lot, chiefly because we like to: we all collectively make the most important design decisions and*

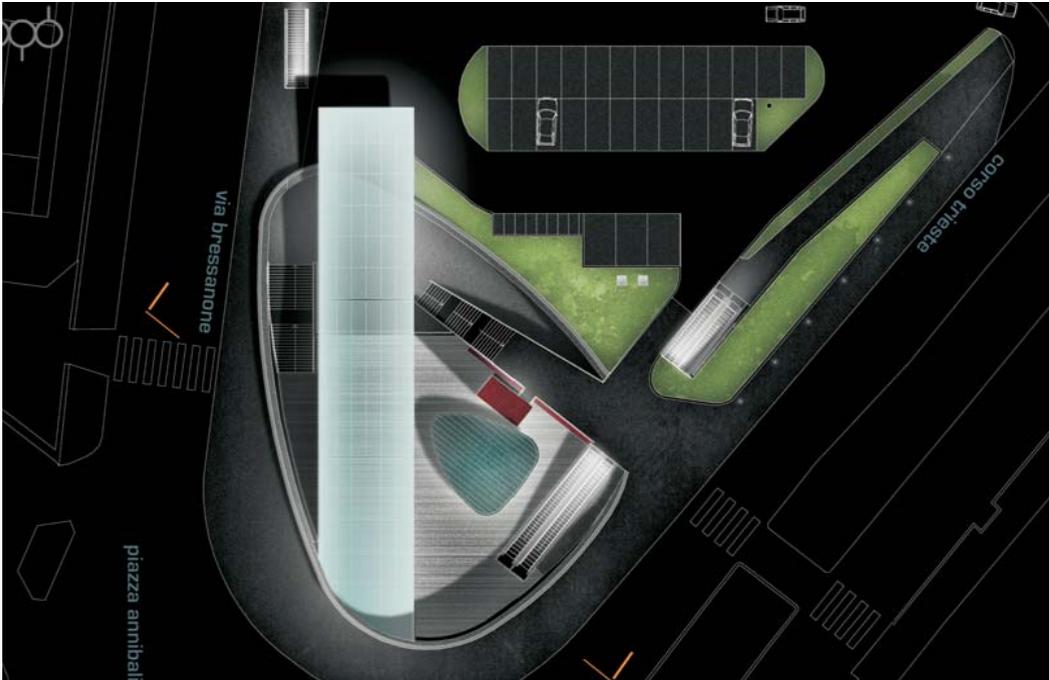
1/ *Pagina precedente.* Schizzo di studio.

Previous page. *Studio sketch.*

2/ 3/ Studio ABDR architetti associati, elaborati di progetto

per la stazione Gondar della Metro B di Roma.

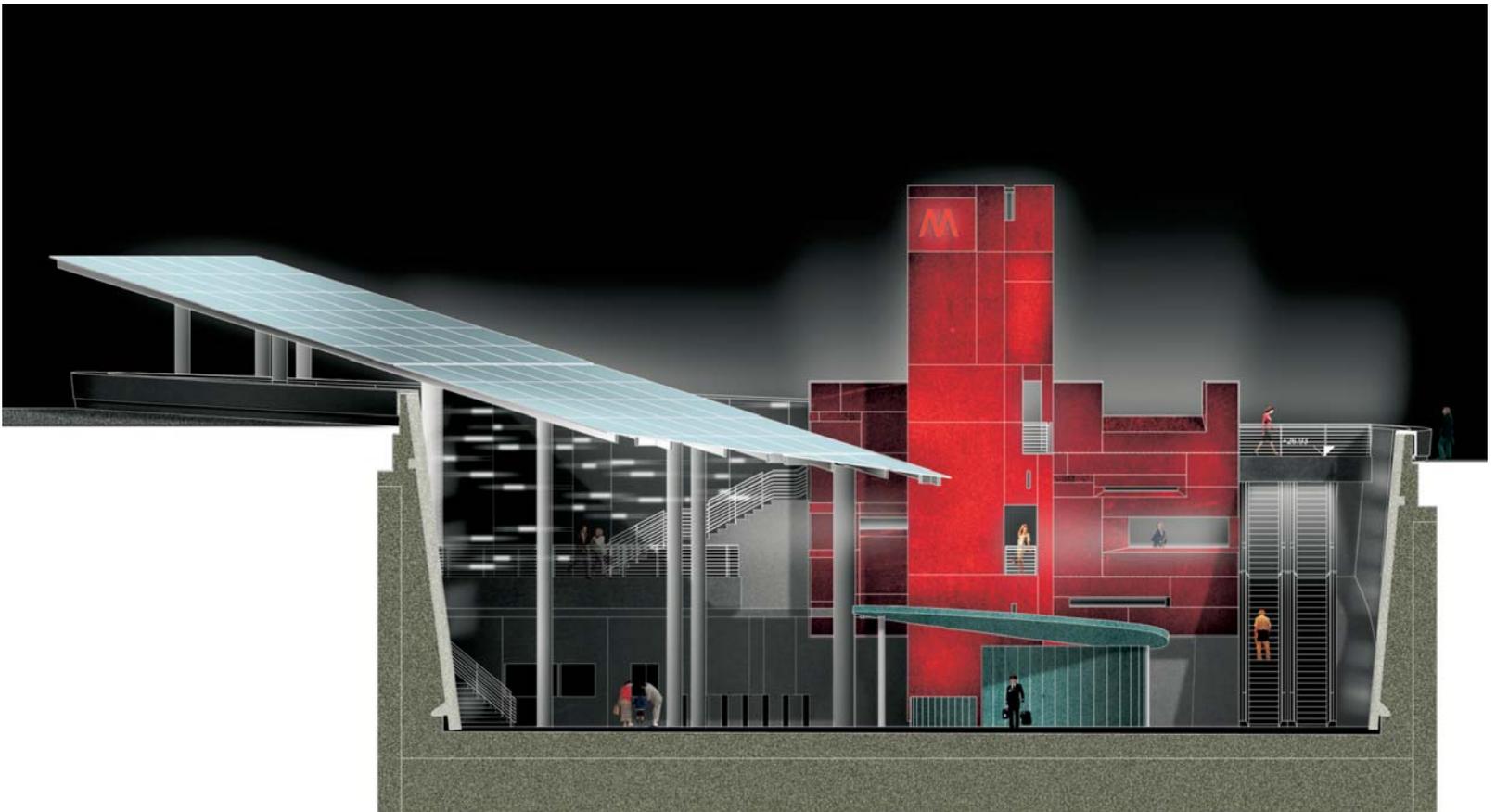
*Studio ABDR architetti associati, design plans for the Gondar Station of the Metro B in Rome.*

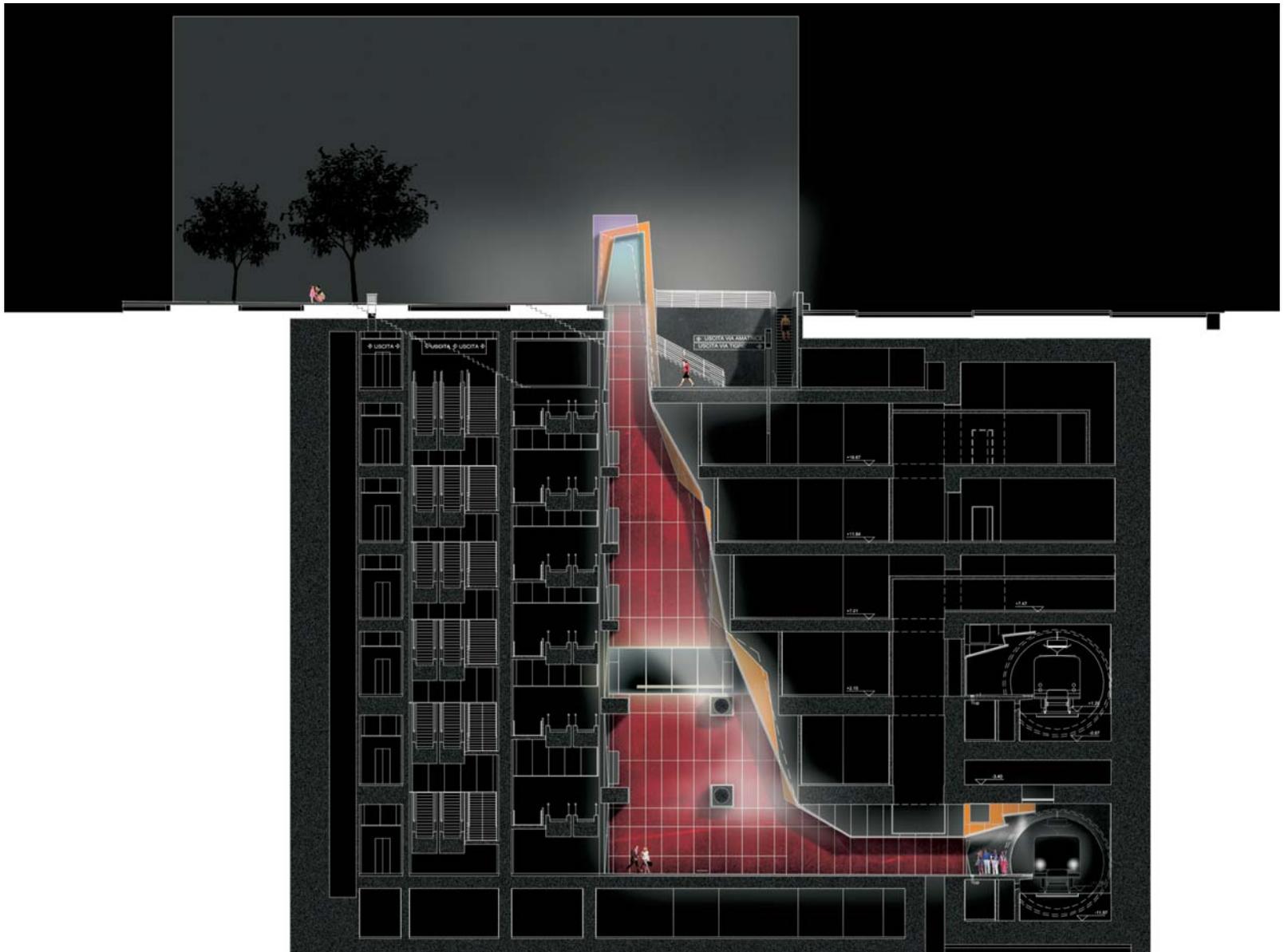


4/ 5/ *Pagina seguente.* Studio ABDR architetti associati, elaborati di progetto per la stazione Annibaliano della Metro B di Roma.

Next page. *Studio ABDR architetti associati, design plans for the Annibaliano Station of the Metro B in Rome.*

*we haven't divided up tasks between ourselves. I think that the knack is to develop a concept which, from the very start, has to deal with either being condemned (or saved) by building for the future. If this is the case, then we need to immediately reactivate the link between formal creation and project management, starting with the massive increase in the variables that have to be monitored. I believe that the extreme conditions created by the typical complexity of big modern projects produce a constant feedback from the variables involved. Since form is the only solution, it should relinquish any sort of self-referenced or beaux-art approach. A real revolution of the poetic and creative scenario in which a project is involved: the project is called to focus almost exclusively on establishing the conditions for a possible, miraculous balance between all the variables of a complex, modern design system. But, unlike anything that has been done in the past, all this can be controlled only by using drawing.*





Aimaro Isola

## La matita e il coltello

Sarebbe logico approfittare dell'occasione che queste pagine ci offrono per mettere un po' d'ordine nei cassetti nei quali conserviamo i disegni fatti in tanti anni. Vorrei, invece, un po' per gioco, lanciare questi fogli e foglietti, tutti assieme, farli volare nell'aria, e lasciarli soli lassù per vedere come si comportano.

Forse non io li ho buttati, ma da soli sono scappati dalle loro cartelle per conoscere il mondo, per incontrare altri amici, parenti, o antenati, quindi anche per capire se stessi cioè per trovare la propria identità.

In qualche modo avevano preso gusto a una propria libertà quando, relegati nel carcere minorile di San Michele a Ripa, li avevamo sospesi nello spazio con fili colorati, fili che si intrecciavano, sfondavano le celle e diventavano linee, tele, progetto, paesaggio. Ricordavano il vecchio filatoio, le mani che tessevano, ma anche le corde annodate per evadere.

Sui tavoli schizzi, parole, numeri, fogli residui del lavoro di progetto, fotografie, matite, strumenti. Su dei mucchi di materiali edili avevamo posto i modelli.

Difficile era stato stabilire un percorso tra progetti e argomenti diversi, definire aree: le storie

dei luoghi erano accostate più per regioni o ragioni affettive che per collegamenti cartesiani. Ingarbugliati tra i fili o nelle celle c'erano sculture lignee di adolescenti: l'Evaso, il Castigo, la Vergogna, il Confine.

A San Michele, forse, i nostri disegni si erano accorti di essere stati sistemati lì con l'incarico di mostrare non se stessi, ma di esporre edifici che non erano presenti: nelle mostre di architettura infatti l'oggetto che si vuole far vedere di solito non c'è, perché (quando c'è) è distante chilometri ed è pesantissimo da trasportare. Così quelle reti di fili colorati avviluppavano e designavano, come potevano, grossi pesci edifici, però assenti, che i visitatori potevano abitare, godere o detestare solo in effigie.

Ma ora proseguiamo il bizzarro gioco. Ora i disegni sparsi nell'aria, o che è un po' lo stesso, stampati in queste pagine e sgravati dal peso degli edifici che rappresentavano, sembrano voler con imprudenza utilizzare la propria autonomia e diventare protagonisti: forse ragionano ancora come i tardo-idealisti, per i quali più che l'*interpretandum* conta l'interpretazione.

Eccoli lassù a cercare nello spazio e nel tempo amici, antenati, parenti con cui parlare e dai

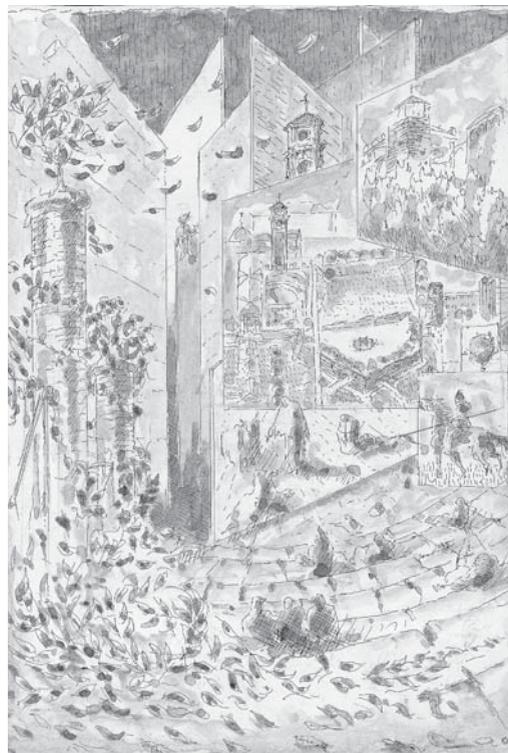
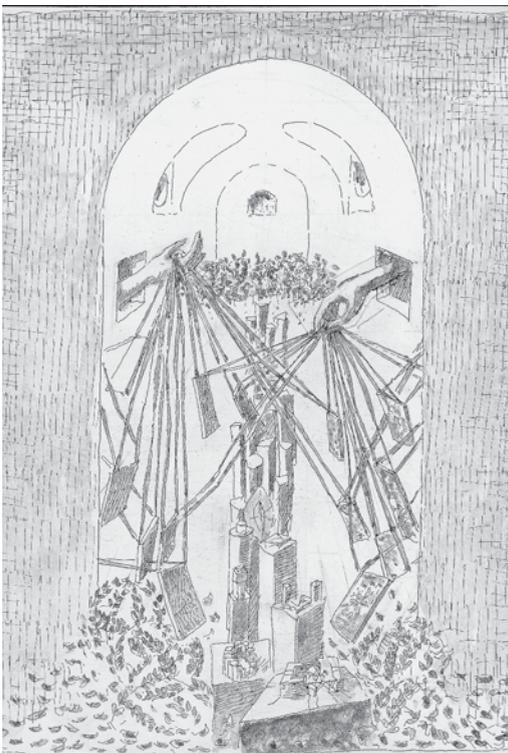
*The pencil and the knife*

*It would be logical to take advantage of the opportunity afforded by this article to tidy up the drawers where we keep the drawings of a lifetime. Instead, I'd like to play a little game and throw all these sheets and pieces of paper into the air and leave them up there to see how they behave.*

*Perhaps it wasn't me who threw them, they escaped from their folders to explore the world, to meet other friends, relatives or ancestors and try to understand who they are, in other words discover their own identity.*

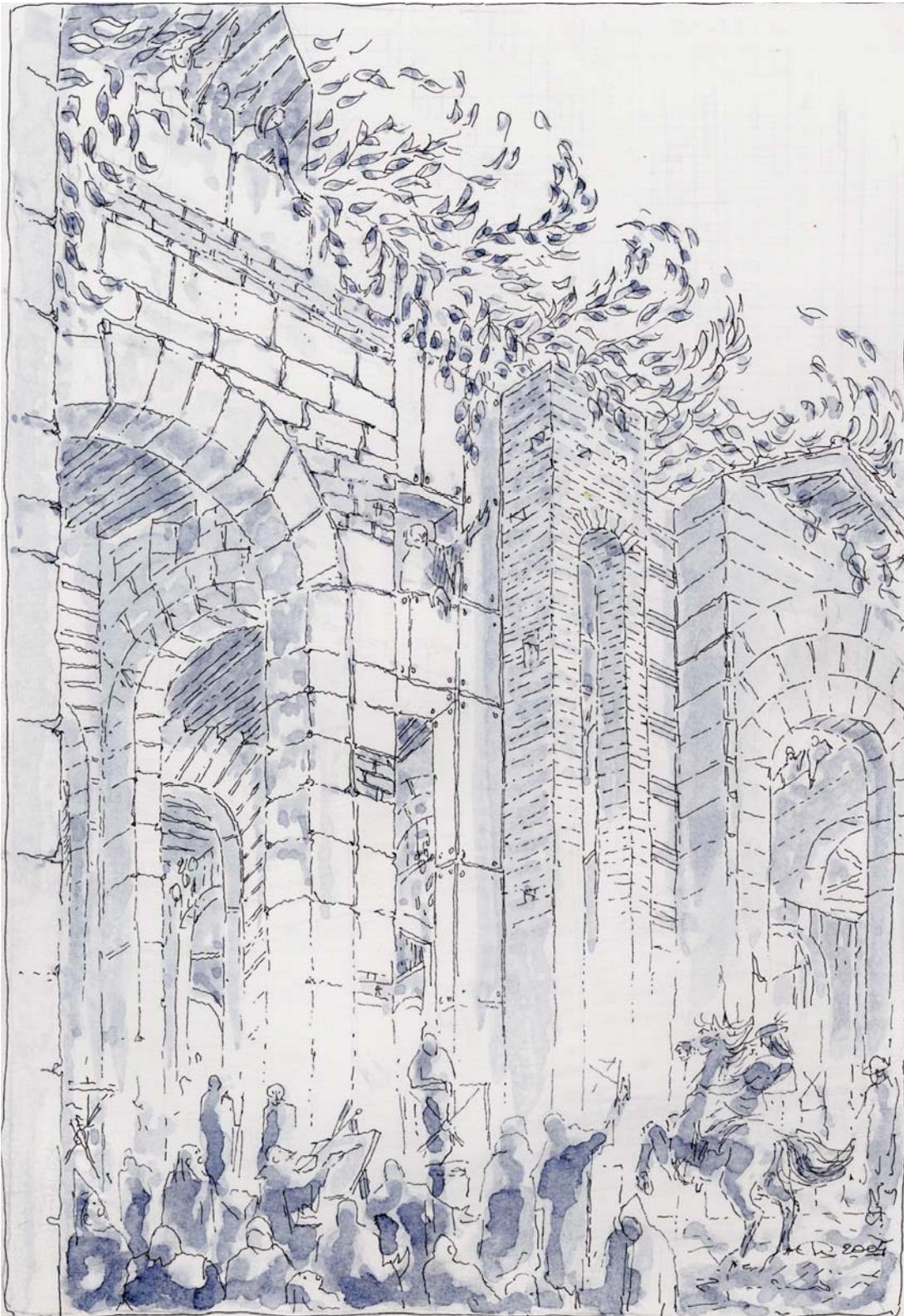
*Somehow they had got used to their freedom when they were exiled to the juvenile prison San Michele a Ripa; there, we hung them in the air on coloured strings, strings that were twisted together, that broke through the cells and became lines, canvases, designs, landscape. It looked like an old spinning mill, weaving hands as well as knotted ropes to escape.*

*The tables were covered in sketches, words, numbers, leftover pages of a project, photographs, pencils, tools. The models were plumped on top of a heap of building materials.*



1/ *Pagina precedente*. San Michele a Ripa (seppia).  
 Previous page. *San Michele a Ripa* (sepia).  
 2/ *Pagina precedente*. Torre Palatina (seppia).  
 Previous page. *The Palatine Tower* (sepia).  
 3/ *Pagina precedente*. Porto (seppia).  
 Previous page. *The Port* (sepia).

4/ Museo (seppia).  
*The Museum* (sepia).



*Difficult to establish an itinerary or decide on areas with all those projects and topics; the stories of certain places were linked more by affective regions or reasons than Cartesian relationships.*

*There were wooden sculptures portraying adolescents stacked between the strings or cells: the Fugitive, Punishment, Shame, the Border. Perhaps at San Michele our drawings realised they weren't there for their own sake, but to display the buildings that weren't: in fact, in architectural exhibitions what you want to display normally isn't there, because (when it exists), it's miles away and very heavy to move. These coloured strings swathed and exhibited, as best they could, big fish-buildings, albeit absent, that the visitors could live in, enjoy or hate only in effigy.*

*Now let's continue with this strange game. Once free from the weight of the buildings they represent the drawings scattered in the air or, in much the same way, printed in this magazine, seem to want to imprudently use their independence to take centre-stage: perhaps they still reason, like the late-idealists, that interpretation is more important than the interpretandum.*

*There they are, looking in space and time for friends, ancestors, relatives with whom to talk and consult so that they can fulfil their goals, as young girls today would say.*

*Free from the dutiful "performance" normally expected of architectural drawings (and, why not, of those of sculptors, conceptualists and anyone who paints on canvas?), like Icarus they invoke an epoché of their affiliation to the earth in order to soar in flight.*

*From up there, they say it's easier to see the traces, signs, genealogies, scars that make sense of our landscapes, our profession, our bodies.*

#### **Going back in time**

*Our sheets of paper will be jealous and shocked to see their contemporaries neatly arranged in boxes and albums, according to the dictates of the Merloni law: drawings that have to foresee everything without leaving anything to the worksite; coloured electronic lines printed by a plotter, schema, hyper-real renderings, images truer than true, specifications, tables.*

*A little further away, in a very recent, less*

5/ Marine (computer e acquerello).  
Harbours (computer and watercolour).

6/ Porto (acquerello e computer).  
The Port (watercolour and computer).



quali avere consigli per poter, come dicono le ragazzine di oggi, *realizzare se stessi*. Liberi dai doveri «performativi» che di solito si attribuiscono ai disegni di architettura (ma perché non a quelli degli scultori, dei concettuali e di quanti si accingono a dipingere tele?) come Icaro invocano una *epoché* dalla loro appartenenza alla terra, per librarsi nell'aria. Di lassù, dicono, si possono distinguere meglio le tracce, i segni, le genealogie, le cicatrici che danno senso ai nostri paesaggi, al nostro mestiere, ai nostri corpi.

#### *Risalire nel tempo*

I nostri fogli saranno invidiosi e sconcertati nel vedere i disegni loro coetanei ben ordinati nei pacchi e negli album, secondo i dettami della legge Merloni: disegni che tutto devono prevedere senza nulla concedere al cantiere; linee elettroniche colorate e stampate dai *plotter*, schemi, rendering iperreali, immagini molto più vere del vero, i capitolati, le tabelle. Un po' più in là, in uno ieri vicinissimo, meno ordinati, in eliocopie o su carta da lucido a rapidografo e cancellature a lametta, i disegni degli strutturalisti (con le forometrie segnate a matita all'ultimo momento), gli impianti, trac-

ciati su altre planimetrie, poi i vari «architetonici» e infine i primi schizzi velleitari, abbozzati alla brava con matitoni e pennarelli. Più in su, tra altri stormi, svolazzano prospettive a pastello e sfumino di valorosi «razionalisti», anche essi poi (o prima) disciplinati da inesorabili tiralinee o da noiosissime tabelline, abachi, funzionali e standardizzanti; *existenz minimum*, conseguenza e preludio di guerre e di paci durissime. Gli stessi sfumini e tiralinee erano, prima durante e dopo, serviti a comporre le agghiaccianti tavole confezionate per dare un volto a culture totalitarie: miti risorti tra classicismo,



orderly past, in helio-copies or rapidograph drawing paper and razorblade cancellations there are the drawings of the structuralists (with openings marked at the last minute in pencil), the plants – drawn on different plans – then the different “architectural drawings” and lastly the first faint-hearted sketches, roughly drawn with big pencils and felt pens. Further up, pastel perspectives and stumpings of “courageous rationalists” flutter in other flocks: they too later (or sooner) are disciplined by inexorable drawing-pens or extremely boring tables, functional and standardised abaci; *existenz minimum*, sequel and prelude to extremely difficult wars and peacetimes. Before, during and after, these stumpings and drawing-pens were used to create the bloodcurdling tables invented to give repute to totalitarian cultures: resurrected myths between classicism, “Blood and Soil.” But perhaps, with ochre and charcoal refrains, these instruments were also used for different, very beautiful drawings that portrayed the existential desperation of life rather than inhabitable architecture.

All those more or less sophisticated tables tried to rewrite and redesign a history we had put behind us for nearly a century, a history that emphasised the “excellent” constructions of polytechnic engineers who focused, in particular, on the production and construction of single designs, components, nodes, assembly schema, bolts and hewn stones. “Handbook” drawings always graphically irreprehensible, but often with an indifferent and acritical overall image (R. Gabetti). Representation was simplified in Monge's projections to make it easier to calculate, estimate, produce, as required by the economy and the market. Perhaps the architects felt a little unsettled and so they often ignored, or pretended to ignore, the engineers' drawings. They consoled themselves with extremely difficult tables, full of references to history or local morphology, more imaginary than real. The tables showed exquisitely sketched sections, carefully watercoloured, but also extremely oversized so as not to create technological and static problems and therefore avoid clashing with the engineers. Often their aulic dignity masked functionality, mystified in stylistic contraptions that

7/ Porto (acquerello).  
The Port (watercolour).



«Sangue e Suolo». Ma anche forse, con riprese a carboncino e ocre, gli stessi strumenti erano stati usati per ben altri bellissimi disegni che esprimevano, più che architetture da vivere, la disperazione esistenziale dall'abitare.

Tutte quelle tavole, più o meno raffinate, cercavano di riscrivere e ridisegnare una storia che stava alle spalle da quasi un secolo, dove si distinguevano le «eccellenti» costruzioni degli ingegneri politecnici, soprattutto attente

contradicted their declared aim to be simple. Classical canons were revived and revisited to find an ethical and aesthetic purity that Winckelmann's tables tried to classify. An idea of purity questioned in Piranesi's prints (Rome versus Greece), in the paintings by Hubert Robert with trees and ruins, by the romantics and by the querelle des anciens et des modernes.

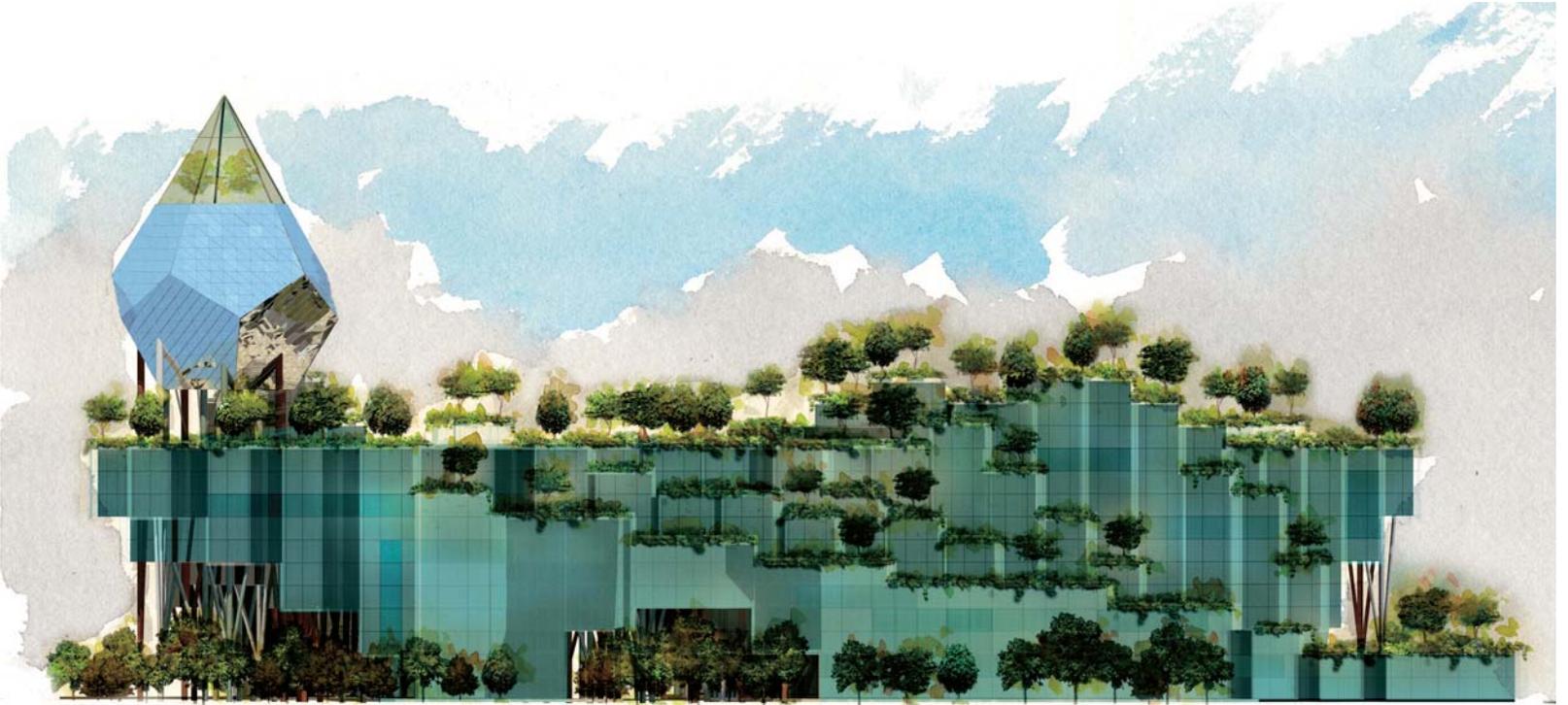
The planches of the Encyclopédie had brought to the attention of educated people what modernity could express: products, tools, methods and knowledge of the various arts and crafts were laid bare, compared in alphabetical order; the drawings for architects, geographers, blacksmiths, stonemasons, botanists all seemed to come out of the dark of each corporation into the light.

At that time, but principally in Italy during the seventeenth and eighteenth centuries, splendid drawings began to appear. Complex, conic geometries, spirals, ellipses and hyperboles; the end result of new developments in mathematics and analytical geometries were superimposed on classical-style decorations, statues and frames; the former integrated the latter, yet remained quite evident. Difficult recompositions that often gave rise to "strange" drawings; in handbooks and treatises, images and words were combined in a complex wisdom in which, however, architecture and geometric schema were difficult to combine: up to then, scientific culture and antiquity as a model had been difficult bedfellows.

In the sixteenth century, classical images were resurrected by digging in the ground and in documents: antiquity was the truth upon which laws and models were formulated based on a method similar to the one used in early scientific experiments. Even the discovery of the optic rules of perspective made drawing "scientific" and turned it into the "ideal object." The rationale behind beautiful drawings seems to move away from that of good building and its justification.

The drawings and signs that continue to inspire our profession even today lay on a now distant horizon, remote even from each other and rarefied in space and time. At the time, perhaps the focus was on that unity of human knowledge and culture that mixes words,

8/ Palazzo uffici (acquerello e computer).  
Office Building (watercolour and computer).



alla produzione e alla esecuzione dei singoli pezzi, componenti, nodi, schemi di montaggio, bulloni, concetti. Disegni «da manuale» sempre graficamente ineccepibili, ma sovente indifferenti e acritici nelle visioni di assieme (R. Gabetti). La rappresentazione era semplificata nelle proiezioni di Monge per facilitare e rendere veloci calcoli, computi, produzione, come richiesto dall'economia e dal mercato. Forse allora gli architetti si erano sentiti un po' spiazzati e quindi sovente ignoravano, o fingevano di ignorare, i disegni degli ingegneri. Si consolavano con laboriosissime tavole, ricche di riferimenti alla storia o a morfologie locali più immaginate che reali. Le tavole proponevano bellissime sezioni tratteggiate, sapientemente acquerellate, ma anche generosamente dimensionate per non creare problemi tecnologici e statici ed evitare quindi conflitti con gli ingegneri. Sovente la dignità aulica nascondeva funzionalità mistificate in marchingegni stilistici che contraddicevano la dichiarata volontà di chiarezza.

I canoni classici erano stati riesumati e rivisitati alla ricerca di una purezza etica ed estetica che le tavole di Winckelmann cercavano di codificare. Idea di purezza posta in dubbio

nelle stampe di Piranesi (*Roma versus Grecia*) nei quadri di Hubert Robert con alberi e rovine, dai romantici e dalla *querelle des anciens et des modernes*.

Le *planches* dell'*Encyclopédie* avevano posto sotto gli occhi delle persone colte ciò che la modernità avrebbe potuto esprimere: i prodotti, gli strumenti, i metodi e i saperi delle varie arti e mestieri giacevano lì, accostati tra di loro, per ordine alfabetico; i disegni per architetti, per geografi, per fabbri, per cavatori di pietre, per botanici sembravano, tutti assieme, uscire alla luce dall'oscurità delle singole corporazioni.

In quei dintorni, ma più nell'area italiana del Sei e Settecento, erano comparsi disegni splendidi in cui alle decorazioni, alle statue e alle cornici classicheggianti si sovrapponevano e si integravano, ma sempre evidenti, geometrie complesse, coniche, elicoidali, ellittiche e iperboliche, frutto dei nuovi sviluppi delle matematiche e delle geometrie analitiche. Ricomposizioni difficili che davano luogo sovente a «bizzarri» disegni; nei manuali e nei trattati l'immagine e la parola si intrecciavano in un sapere complesso dove però la figura architettonica e gli schemi geometrici stentavano ad accordarsi:

*images and things: the pages of the De re aedificatoria and those of De Architectura that despite the passing of the centuries look at each other, and at us, with a severe countenance, as if in a game of mirrors.*

#### On the trail of the sacred

*But deep down where constellations, drawings, things and nature appear to end (or begin), where logos, eidos and tò on burn together in the myth, we can catch a glimpse of a god, the Delphic Apollo who on the altar, knife in hand (M. Detienne, P. Vernant), draws and quarters his victims. With the same gesture with which he divides and distributes these human organs, he slices out streets, draws up and founds cities, temples, houses: what he's doing is called zoning, every act that creates space is a sacrificial act. A knife is at the core of every graphic instrument of our profession. Electronic tracks, energy without matter that goes back in time, become increasingly incisive, or cruel: pencils to be sharpened, drawing-pens, pieces of graphite, graters and acids that engrave metal, ploughs, that draw borders, knives that cut the victim, design and build places. And not only our culture of space, our*

9/ Centro direzionale (computer).

*The Headquarters (computer).*

10/ Centro direzionale (chine colorate).

*The Headquarters (coloured Indian ink).*

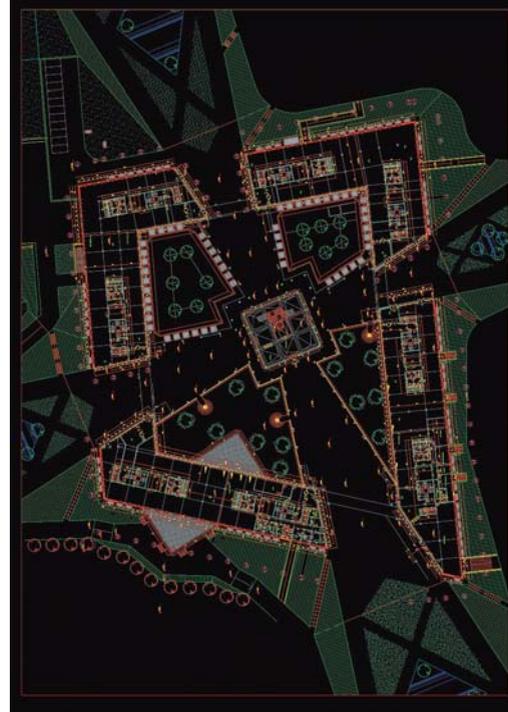
antichità come modello e cultura scientifica convivevano fin d'allora con difficoltà.

Nel Cinquecento le immagini del classico risorgono scavando nella terra e nei documenti: l'antichità rappresenta la verità sulla quale formulare leggi e modelli secondo un metodo parallelo a quello delle prime sperimentazioni scientifiche. Anche la scoperta delle regole ottiche della prospettiva dà valore «scientifico» al disegno che si presenta, così, come «oggetto ideale». Le ragioni del bel disegno sembrano allontanarsi da quelle del ben costruire e dalle sue ragioni.

Rarefatti nello spazio e nel tempo, distesi su di un orizzonte ormai lontano e lontani anche tra di loro ci sono quei disegni e quei segni che ancora oggi orientano il nostro mestiere. Allora forse si era pensata quell'unità dei saperi e quella cultura dell'uomo che unisce la parola, l'immagine e le cose. Sono i fogli del *De re aedificatoria* e quelli del *De Architectura* che, malgrado la distanza di secoli, si guardano e ci guardano severi, come in un gioco di specchi.

#### *Sulle tracce del sacro*

Ma giù giù dove le costellazioni, i disegni, le cose e la natura sembrano finire (o cominciare), dove *logos*, *eidòs* e *tò on* bruciano insieme nel mito, intravediamo un dio, l'Apollo Delfico, che sull'altare con il coltello in mano (M. Detienne, P. Vernant) squarta le vittime e con lo stesso gesto con cui ne divide e distribuisce gli organi, taglia le vie, delimita e fonda città, templi, case: fa dello *zoning*, ogni atto fondativo dello spazio è atto sacrificale. Così un coltello sta all'origine di ogni strumento grafico



del nostro mestiere. Tracce elettroniche, energia priva di materia risalendo nel tempo diventano sempre più taglienti, o crudeli: matite di legno da temperare, tiralinee, schegge di grafite, bulini e acidi che incidono il metallo, aratri che tracciano confini, coltelli che tagliano la vittima, disegnano e fondano i luoghi. E non solo la nostra cultura dello spazio, i nostri paesaggi, ma anche quella delle geometrie euclidee e posteuclidee, quindi tutti i nostri lavori hanno sopita nel loro DNA la violenza aurorale (R. Girard, G. Fornari).

*landscapes, but also that of Euclidean and post-Euclidean geometries, so all our works have auroral violence asleep in their DNA (R. Girard, G. Fornari).*

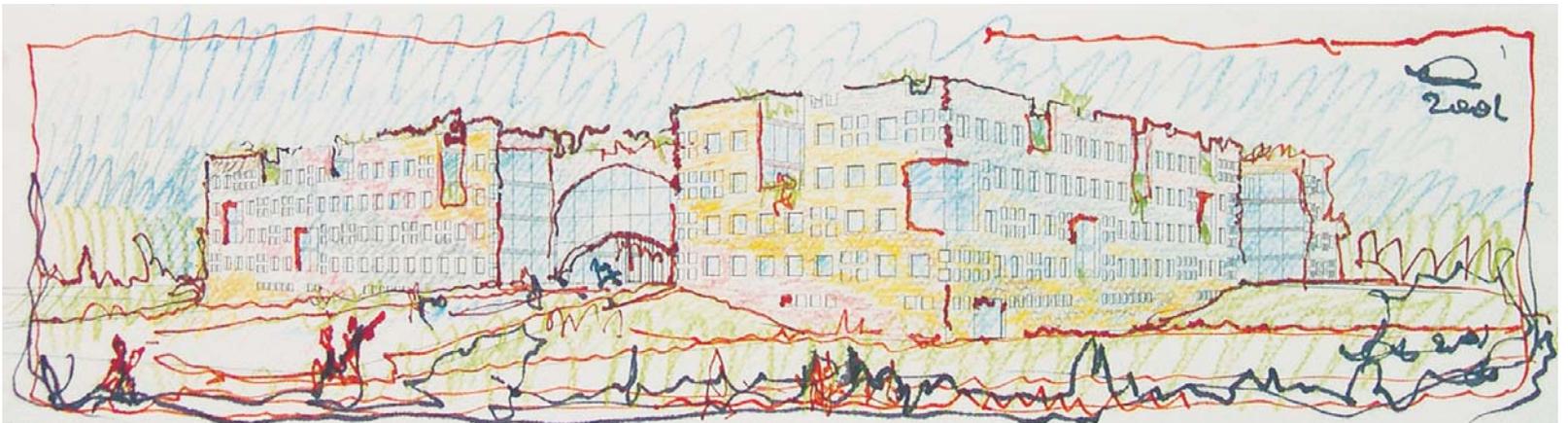
*I wouldn't like the drawings up there, tired after their long flight, to go further, where not only the logos, but also the myth dissolves in the Minotaur's labyrinth or the face of Medusa, a primigenial image that can only be looked at through a mirror, upon pain of blindness. A sign, later triumphant on Athena's shield to remember what still torments us and comes before all knowledge and every image: even before the gods of Olympus.*

*They say we shouldn't be afraid: today Medusa is a good-natured, beckoning face that lights up when the room is darkened.*

*Huge stones rise up against the sky to redesign the horizon, a sign of our existence for the gods: mountains of stones on top of one another create pyramids, temples, circuses, theatres, geometric signs of a spent sacrifice. The grandes formes primaries that we carefully draw with their shadows, shapes also very dear to our great Masters. And further along in time there's also an empty circle, a sign of a denied, exposed violence: a void drawn by the stones dropped by those who lynch the Adulteress. The wind has cancelled those mysterious signs that the Messiah traced with his fingers in the sand.*

#### **A call to order?**

*It's late, and it's time – after this improbable journey in the winds of history – to call our drawings to order and put them back in the drawer properly classified by subject-matter*



Non vorrei che lassù disegni già stanchi del lungo volo si spingessero oltre, dove non solo il *logos*, ma anche il mito si stempera nel labirinto di Minosse o nel volto di Medusa, immagine primigenia che può essere vista solo attraverso uno specchio, pena l'accecamento. Segno, poi trionfante sullo scudo di Atena per ricordarci ciò che ancora ci tormenta e che sta prima di ogni sapere e di ogni immagine: prima anche degli dei olimpici.

Ci dicono di non avere paure: oggi Medusa è un volto bonario, ammiccante, che si illumina quando si spengono le luci della sala. Contro il cielo si drizzano grandi pietre per ridisegnare la linea dell'orizzonte, segno agli dei della nostra presenza sulla terra; si accumulano montagne di sassi che danno luogo alla piramide, al tempio, al circo, al teatro, segni geometrici di un sacrificio consumato. Ecco *les grandes formes primaires* che noi sapientemente disegniamo con le relative ombre, forme tanto care anche ai nostri grandi Maestri. E più su nel tempo c'è anche un cerchio vuoto, indice di una violenza negata ed esposta: vuoto disegnato dalle pietre lasciate cadere dai linciatori dell'Adultera. Il vento ha cancellato anche quei segni misteriosi che il Messia aveva tracciato col dito sulla sabbia.

#### *Ritorno all'ordine?*

È tardi, ed è ora – dopo questa improbabile risalita nel vento della storia – di richiamare all'ordine i nostri disegni e farli rientrare ben divisi per opere e per temi nei relativi cassetti; speriamo che gli acquerelli non siano impaliditi e dilavati dai temporali antichi.

Vorrei però che, ricordando il passato e progettando il futuro, i miei e i nostri disegni, i nostri strumenti, si ricordassero della forza e della responsabilità dell'immagine. Essi, anche nella loro attuale modestia, fanno parte di una «rete figurale» che circonda e fa essere il mondo. Le immagini non soltanto, infatti, rispecchiano e rappresentano ciò che c'è, – o ciò che c'è stato, o ci sarà, – non soltanto noi le guardiamo, ma esse ci guardano, ci pongono domande, esigono risposte. Rete figurale aperta, smagliata, ambigua, in movimento e sempre in tensione con i modelli reali, cioè con le cose (D. Huberman, J.-L. Nancy, G. Lingua), ma anche con la parola che sempre (e anche qui) pretende di dargli senso. Se la tecnologia, le scienze e i saperi hanno, nel tempo lento del disincanto, cancellato la sacralità dell'immagine (M. Donà) riemergano oggi in forme inattese, mediatriche, nella città e nei paesaggi i segni della violenza celata, ma non sopita. Ma anche il riscatto dalla violenza, a partire dal grido delle vittime, si fa strada nella storia. Per questo dobbiamo continuamente fare in modo che *tò on*, l'*eikon* e il *logos* – cioè ciò che c'è (o che ci potrebbe essere) – l'immagine e la parola si intreccino nel nostro lavoro in un colloquio sereno e continuo; senza cioè che la realtà (o la natura) ci risucchi e ci annulli; senza che l'immagine sia condotta a rispecchiare il nulla (gli occhi della Gorgona); senza che la parola diventi eco di se stessa. Colloquio incessante con i luoghi, con le persone, con la storia; colloquio e incontro generatore di senso, senso che deve essere ogni volta riproposto per rendere ospitali i nostri paesaggi e le no-

*and design; let's hope that the water-colours haven't faded and been washed out by ancient storms.*

*However, I'd like to think that, recalling the past and inventing the future, your drawings and mine, our tools, remember the power and responsibility of images. Even though modest, they are part of a "figurative network" that surrounds and makes up the world. In fact, not only do images mirror and represent what exists, what existed or what will exist, not only do we look at them, but they look at us, they ask us questions and demand answers. An open, seamless, ambiguous, moving figurative network, always straining against real models, in other words, against things (D. Huberman, J.-L. Nancy, G. Lingua), but also against the words that always (here too) claim to make them meaningful.*

*If technology, science and knowledge have, during the unhurried times of disenchantment, cancelled the sacred nature of images (M. Donà), today the signs of a hidden yet never appeased violence re-emerge in unusual, media forms in the city and landscapes. But even the ransom of violence, starting with the victims' cries, is beginning to make headway in history.*

*This is why we must continue to make sure that *tò on*, the *eikon* and the *logos* – i.e. what exists (or what could exist) – images and words are quietly and constantly used together in our work; in other words, without being engulfed again or wiped out by reality (or nature); without the image*



12/ Mostra *Architettura come Paesaggio*, Roma.  
*The Exhibition Architecture as Landscape, Rome.*



stre architetture quindi anche il nostro essere sulla terra; colloquio disincantato, severo o bizzarro, ma forte di quella *pietas* per ciò che ci ha preceduto e per ciò che ci seguirà. È quello che i nostri acquerelli (con in filigrana i segni del computer) hanno, in qualche modo, tentato.

□ *Aimaro Isola – Politecnico di Torino*

*being driven to mirror emptiness (the eyes of the Gorgon); without words becoming echoes. Ongoing dialogue with places, people, history; a dialogue and encounter that produces meaning, a meaning that has to be repeatedly reposed to make our landscapes and architectures hospitable and therefore our life on earth; a disenchanted dialogue, severe and strange, but teeming with that *pietas* for what has gone before us*

*and what will follow after. This is what our water-colours (with computer signs as a watermark) have, somehow, tried to do.*

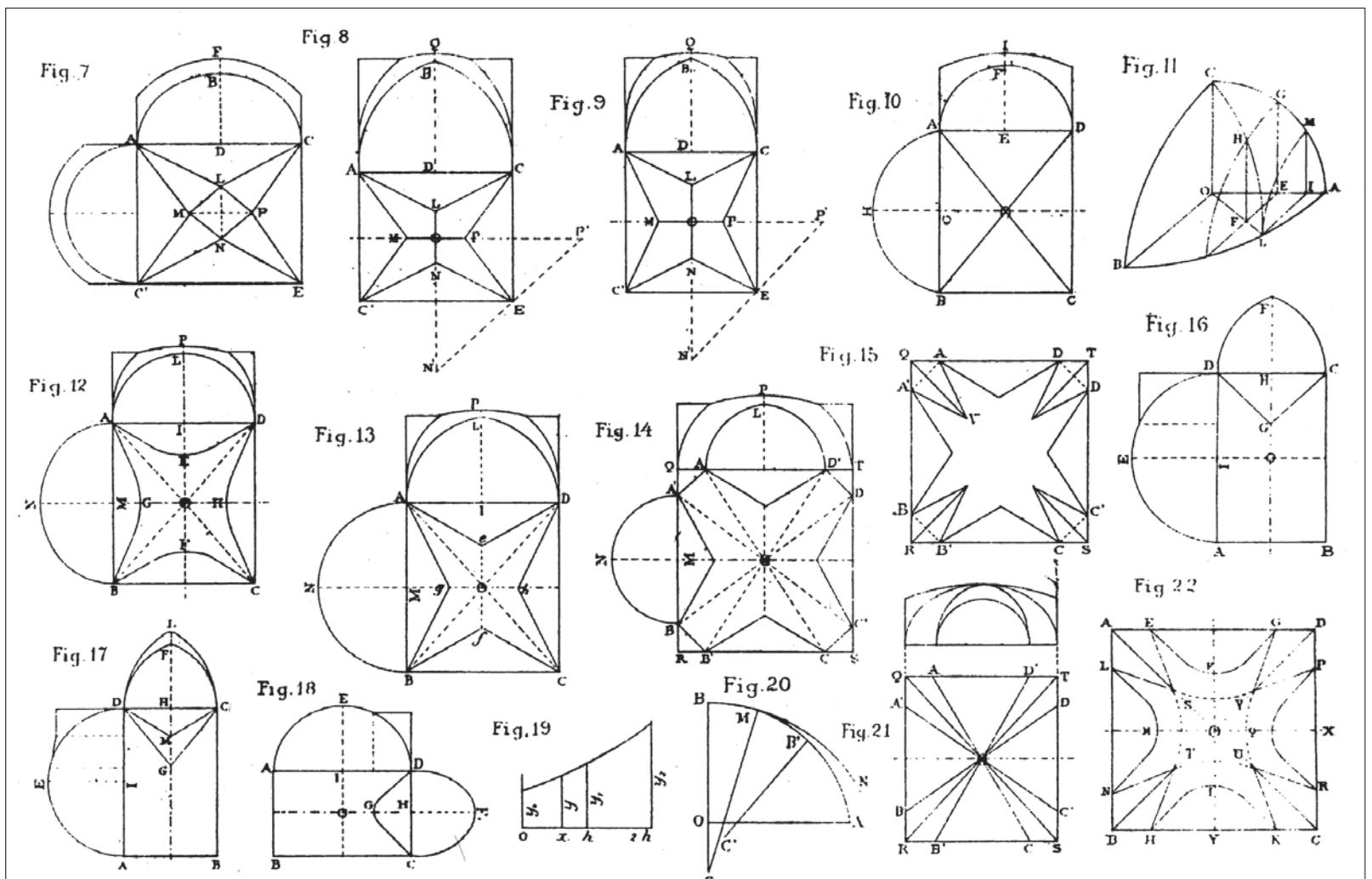
La Puglia offre spunti di studio molto interessanti sul tema delle volte. Per la particolare posizione geografica – defilata rispetto ai grandi centri della produzione artistica italiana, ma aperta a possibili influssi provenienti, via mare, da altri territori – presenta, in relazione al tema delle volte, famiglie di forme architettoniche e strutturali dotate di una forte dipendenza dai materiali locali, ma anche risultato di molteplici commistioni stilistiche. L'esempio più noto è costituito dalle cupole sormontate da tetti direttamente costruiti sull'estradosso, con tegumenti di lastre di pietra calcarea, configurati a piramide o a cono che, come si sa, nella loro essenza visuale e compositiva, sono l'elemento costitutivo di un tipo di chiese medievali, dette dagli studiosi «a

cupole in asse», che caratterizza il periodo medievale della regione. Ma qui intendiamo presentare un altro oggetto di studio, egualmente interessante, ma meno conosciuto, costituito dalle cosiddette «volte leccesi».

Costruite con materiali di facile lavorabilità, quali sono la «pietra leccese» e il tufo locale<sup>1</sup>, esse sono diffuse ad ampio raggio su tutta l'area geografica del Salento, dove questo materiale si trova comunemente, e, sporadicamente, in altre parti della Puglia e della Basilicata. Si tratta di un modulo strutturale assolutamente connaturato con l'espressione architettonica, che ha segnato con la sua presenza sia gli edifici più importanti che l'edilizia minore, in un arco temporale che va dal tardo Cinquecento fino ai nostri giorni, con una evi-

### Survey and iconography in the representation of vaults in the Lecce region

Apulia is a region with remarkably interesting study material on vaults. Geographically marginal compared to the more famous centres of Italian art, Apulia is prone to the influences from other countries via the sea. Although the architectural shape and structure of vaults in this region depend heavily on local materials, they are also influenced by a combination of different architectural styles. The most famous are the roof domes built directly on the extrados using an outer layer of limestone slabs shaped into pyramids or cones. It is a well known fact that their visual and compositional nature is used in one type of medieval church



1/ *Pagina precedente*. Esempi di volte e lunette in R. Gentile, *Misura teorico-pratica delle volte*, 1878, Lecce, p. XVIII.

7. volta a crociera cilindrica interpolata di rombo e triangoli; 8. e 9. volta a crociera cilindrica interpolata di quadrilateri a schifo; 10. volta a crociera ellissoidica; 11. volta a vela ellissoidica; 12. volta a spigoli con diagonale ellittica; 13. volta a spigoli con diagonale ad arco gotico; 14. volta a squadro chiuso; 15. 21. 22. volta a squadro aperto; 16. 17. lunette cilindriche di sesto gotico; 18. lunette cilindriche di sesto semiellittico.

*Previous page. Vaults and lunettes in R. Gentile, Misura teorico-pratica delle volte, 1878, Lecce, p. XVIII.*  
 7. *cylindrical cross vault interpolated with rhombi and triangles;*  
 8. & 9. *cylindrical cross vault interpolated with cavetto quadrilaterals;* 10. *ellipsoidal cross vault;* 11. *ellipsoidal sail vault;* 12. *chamfer vault with elliptic diagonal;* 13. *chamfer vault with a Gothic arch diagonal;* 14. *closed cross vault;* 15. 21. 22. *open cross vault;* 16. 17. *cylindrical lunettes with a Gothic curve;* 18. *cylindrical lunettes with a semi-elliptic curve.*

2/ Collegiata di Maglie (Lecce), navata laterale. Rilievo celerimetrico (Stefania Angiulli, Paolo Perfido) e prime elaborazioni: pianta del modello di soli punti e con le sequenze di punti unite da tratti rettilinei, piano quotato con equidistanza 10 cm, assonometria dei soli punti, modello della volta. *Collegiate in Maglie (Lecce), side nave. Tachometric survey (Stefania Angiulli, Paolo Perfido) and first renderings: plan of the model only with points, plan of the model with points joined by straight lines, contour plan with points equidistant 10 cm, axonometric view of just the points, model of the vault.*

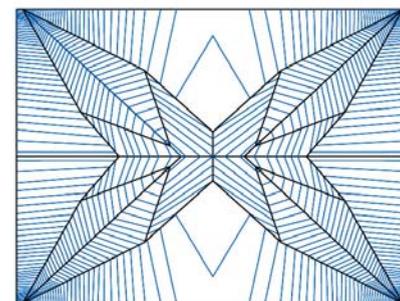
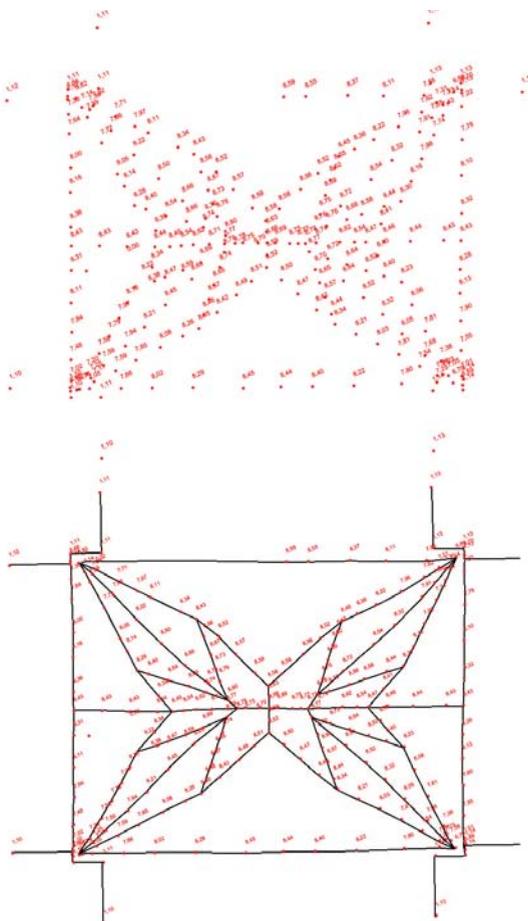
dente uniformità di tipi e di modelli. La riconoscibilità dell'elemento costruttivo «volta leccese» sta nella configurazione a stella dell'insieme di superfici che formano l'intradosso, dando luogo a soluzioni semplici (figg. 1.13, 1.15), riscontrabili in tutta l'edilizia minore dell'area indicata, o a soluzioni di una certa complessità, come sono quelle illustrate in questa sede.

Gli studiosi<sup>2</sup> hanno, prevalentemente, guardato alle configurazioni su pianta quadrata indicate, già dall'Ottocento, con i termini: *volta a spigoli* e *volta a squadro*<sup>3</sup>. È opportuno osservare, da un lato, che queste forme sono più diffuse negli edifici civili e, dall'altro, che i disegni che li rappresentano nelle pubblicazioni, tranne qualche caso<sup>4</sup>, sono sommari e, talvolta, errati<sup>5</sup>.

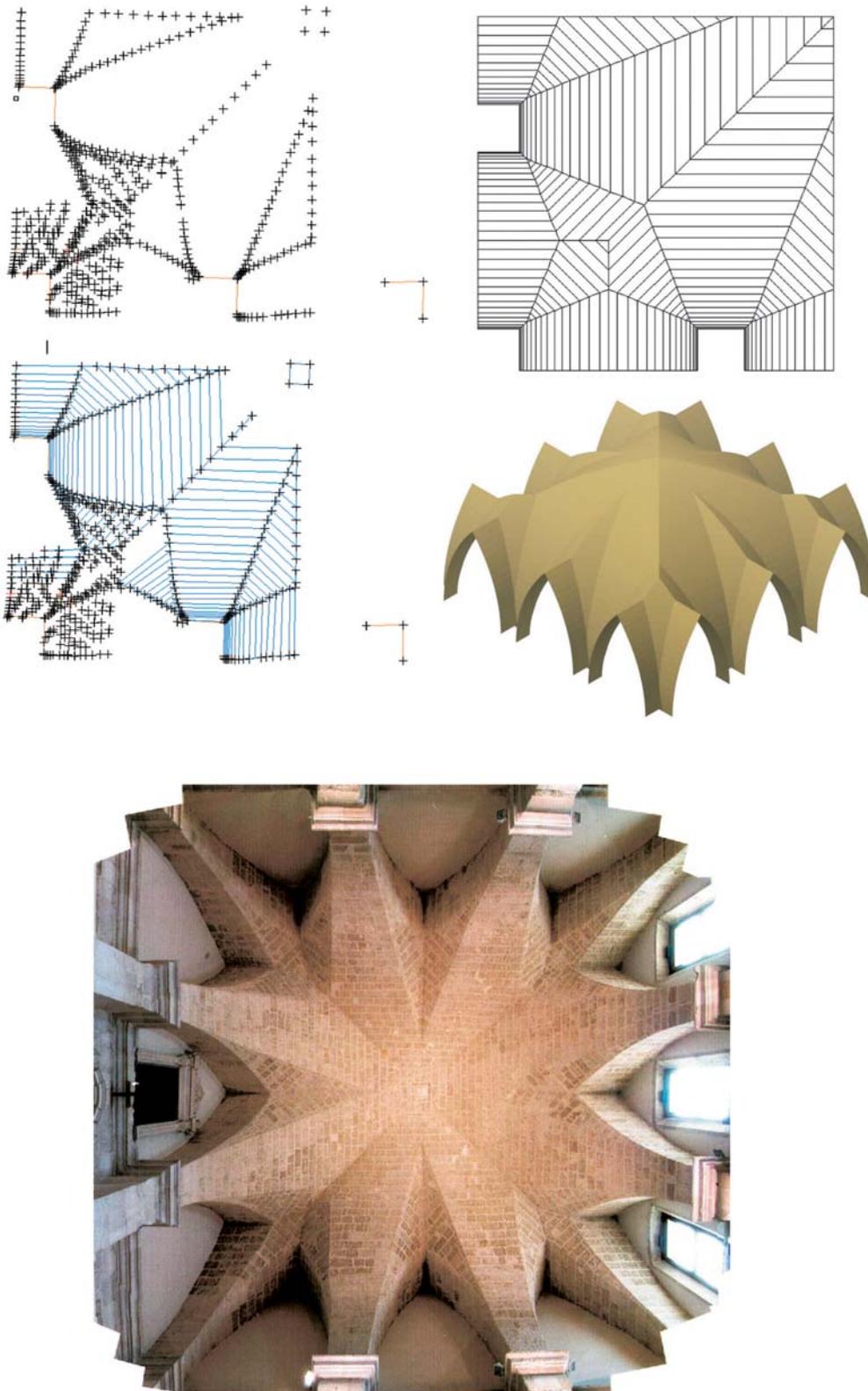
Una, sia pure parziale, presa di visione dello spettacolare patrimonio di edifici religiosi del Salento, attraverso visite, sopralluoghi e rilievi, ci ha trasmesso l'idea di una più grande varietà di forme e, nel contempo, della necessità di un uso della rappresentazione più mirato alla comprensione del fenomeno. Con il presente articolo ci proponiamo di presentare una sintesi dei risultati della ricerca tuttora in corso, ritenendo che possa utilmente inserirsi in vari ambiti di studi: da quelli relativi alla rappresentazione a quelli storici e, infine, a quelli della cultura materiale della costruzione.

Il nostro lavoro di indagine si è diretto alla documentazione grafica delle soluzioni di coperture voltate nelle chiese a partire dai rilievi analitici, condotti con differenti tecnologie. Sono stati eseguiti, in particolare, i rilievi delle volte nella collegiata di Maglie (Lecce) (figg. 2, 5, 10, 11 e 12), della grande volta del coro della chiesa di San Domenico a Molfetta (Bari, fig. 3) e delle volte della chiesa di San Domenico a Gallipoli (Lecce, fig. 4).

Considerando gli obiettivi della ricerca è stato importante rilevare, in primo luogo, le linee d'intersezione tra le diverse superfici e, in secondo luogo, l'andamento delle superfici stesse. Le operazioni di rilievo sono state eseguite in un primo tempo con una stazione totale Nikon NPL 820. Quando la tessitura muraria è a vista, come nel caso della grande volta del coro della Chiesa di San Domenico a Molfetta, è stato agevole rilevare le diverse super-



3/ San Domenico a Molfetta (Bari), volta del coro.  
 Rilievo celerimetrico (Pasquale Milillo, Gabriele Rossi)  
 e prime elaborazioni: pianta del modello di soli punti,  
 pianta del modello con le sequenze di punti unite da tratti  
 rettilinei, piano quotato, modello della volta.  
*San Domenico in Molfetta (Bari), vault of the chancel.*  
*Tachometric survey (Pasquale Milillo, Gabriele Rossi) and first*  
*renderings: plan of the model only with points, plan of the model*  
*with points joined by straight lines, contour plan, model of the vault.*



that scholars call “dome in axis,” a shape characteristic of the Middle Ages in this region. This article intends to present another, equally interesting, but less well-known topic: the so-called “Lecce vaults.”

Built with easy-to-work materials such as “Lecce stone” and local tufa,<sup>1</sup> these vaults are present all over the Salento region where these materials are easy to come by. Occasionally, they can be found in other parts of Apulia and in Basilicata. Well suited to the local architectural style used in the most important buildings in the region as well as in less important works from the late sixteenth century down to the present day, the structural module inspired standard building types and models. The characteristics of the “Lecce vault” are the star-shaped surfaces of the intrados. The surfaces create either simple patterns (figs. 1.13, 1.15) present in all minor works in the area in question, or more complex ones. These are the ones we will discuss in this article. In general, scholars<sup>2</sup> have focused on vaults with a square plan. As far back as the nineteenth century they were called chamfer vaults (*volte a spigolo*) and cross vaults (*volte a squadro*).<sup>3</sup> It should be noted that the latter were more common in public buildings and that, with very few exceptions,<sup>4</sup> the drawings printed in publications were rather vague and, at times, even incorrect.<sup>5</sup> Even though our study of the spectacular heritage of religious buildings in the Salento region was not particularly in-depth and was done during short visits, inspections and surveys, we got the impression that many different types of shapes existed. We also felt representation should focus on improving how this phenomenon is understood. This article summarises the results of the ongoing research which we believe will benefit other fields of learning including representation, historical studies and the material culture of construction. The focus of our study was to provide graphic documentation of the vaulted roofs of the churches based on analytical surveys using different technologies. Surveys were carried out on the vaults of the collegiate in Maglie (Lecce) (figs. 2, 5, 10, 11, 12), the great vault of the chancel of the Church of St. Dominic in Molfetta (Bari) (fig. 3) and the vaults of the

fici e le relative linee di intersezione, con punti scelti in corrispondenza dei filari e sui vertici dei conci identificabili con facilità su precedenti riprese fotografiche. Invece, quando le volte sono intonacate e semplicemente dipinte a calce, come nella Collegiata di Maglie, non solo è impossibile riconoscere l'andamento dei filari e desumere il sistema costruttivo con le relative geometrie, ma è anche difficile individuare i punti da misurare in corrispondenza degli spigoli. Si è usato in questo caso un distanziometro laser montato su un cavalletto in modo che possa ruotare e poi essere fissato. Facendo scorrere il punto luminoso di questo strumento è possibile scegliere in modo arbitrario i punti della superficie da collimare con la stazione totale. In un secondo momento si è utilizzato il laser scanner modello Cyrax 2500. Con questa apparecchiatura sono stati rilevati gli intradossi di tutte le volte della collegiata di Maglie e della chiesa di San Domenico, ottenendone l'ipografia complessiva (figg. 4, 5). I punti singoli, battuti con la stazione totale laser, sono stati restituiti con il software Registra, mentre la nuvola di punti acquisita con il laser scanner<sup>6</sup> è stata gestita con Cyclone 4.1.1. e, successivamente, elaborata con Autocad per la creazione di modelli a curve di livello e con mesh.

Queste operazioni hanno evidenziato i seguenti principali caratteri della «volta leccese»:

- 1) le composizioni sono governate dalla simmetria;
- 2) le curve di livello delle superfici intradosali sono tendenzialmente rettilinee, parallele e sostanzialmente coincidenti con gli assetti orizzontali dell'apparecchio, mostrando l'intenzione di costruire volte composte da vele cilindriche a generatrici variamente orientate. Quando sono visibili, le disposizioni dei conci confermano questa tendenza, anche se l'andamento delle curve di livello, soprattutto in volte intonacate, spesso si arrotonda con la cavità verso l'interno, generando un leggero accrescimento in corrispondenza delle intersezioni delle superfici, quasi per una reminiscenza dei costoloni collocati in genere sugli spigoli;
- 3) le intersezioni tra le superfici hanno le loro proiezioni in pianta tendenzialmente costituite da tratti rettilinei. Ciò significa che le curve sono disposte su piani verticali e che so-

no intersezioni di semicilindri di eguale raggio, con gli assi disposti alla stessa quota ma diversamente orientati.

Queste prime indicazioni sono state verificate sulle volte di cinquanta edifici di culto del Salento. I sommari rilievi fotografici e le analisi dei manufatti dal basso e, infine, qualche riscontro nelle notizie storiche relative ai vari edifici di questo ampio campione, confermando la permanenza dei caratteri precedentemente rilevati, hanno posto in evidenza l'esistenza di un ciclo costruttivo che persiste nel tempo.

Il primo carattere è di grande importanza poiché dimostra che le proiezioni orizzontali delle volte sono pensate planimetricamente, anche se, chi le progettava e le costruiva doveva averne bene in mente gli effetti spaziali e chiaroscurali. A partire da questa considerazione abbiamo provato a studiare le volte come configurazioni simmetriche generate da pattern e da una serie di gruppi di movimenti nel piano. Ne è scaturita una interpretazione delle forme, che, senza pretendere di dare una spiegazione univoca, può costituire una guida alla lettura. All'inizio della sequenza logica poniamo una volta a botte, classica copertura di una stanza rettangolare. Se si vuole aprire una finestra in una posizione tale da interferire con l'imposta, necessariamente bisognerà innestare una lunetta sulla botte. Si immagina che la lunetta sia costituita da falde cilindriche di raggio eguale a quello della volta principale (fig. 6a). La lunetta sarà ad arco acuto e sarà rappresentata in pianta da un triangolo con i lati inclinati a 45 gradi rispetto ai bordi della stanza. Isoliamo ora l'angoloide della lunetta che altro non è che uno spigolo convesso di una normale volta a crociera (fig. 6b). È questo il pattern di una serie di composizioni dalle quali derivano altri pattern più complessi. A questo pattern possiamo contrapporre quello costituito dallo spigolo concavo di una volta a padiglione (fig. 6c). Componendo i due pattern elementari delle figure 6b e 6c avremo una serie di pieghe nella superficie degli intradossi, con effetti di profondo chiaroscuro e con probabile funzione strutturale (fig. 6d). Proviamo, ora, a sfaccettare lo spigolo della figura 6b, introducendo una ulteriore falda cilindrica di eguale raggio. Avremo in pianta la figu-

*Church of St. Dominic in Gallipoli (Lecce) (fig. 4).*

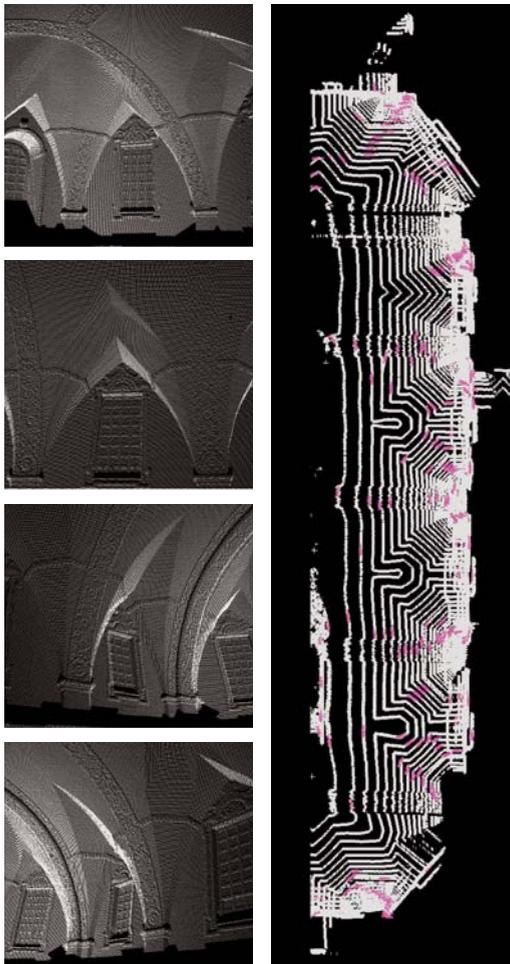
*Given the objectives of the research, it was important to begin by surveying the intersecting lines between the different surfaces and then go on to survey the actual surfaces. The survey was originally carried out using a Total Station Nikon NPL 820. When the structure of the wall was exposed – for example, in the great vault of the chancel of the Church of St. Dominic in Molfetta – it was easy to survey the various surfaces and intersecting lines by choosing points along the course and vertexes of the conchs that were easy to identify using old photographs. Instead when the vaults were plastered or simply whitewashed, for instance in the Collegiate in Maglie, it's impossible to see where the courses are and understand what type of construction method and geometric measurements were used. It is also difficult to establish where are the points to be measured in the corners. In this case, we used a laser distancemeter on a tripod so that it could be rotated and then set. Using the instrument's light source, we could choose the surface points that had to collimate the total station. Afterwards, we used a Cyrax 2500 Laser Scanner. The scanner was used to survey the intrados of all the vaults of the Collegiate in Maglie and the Church of St. Dominic: with this we obtained the overall hypsography (figs. 4, 5). Single points, recorded with the total laser station were rendered with Registra software; instead a Cyclone 4.1.1. was used for the points cloud acquired with the laser scanner<sup>6</sup> and, later, elaborated with Autocad to create contour and mesh models. The work on the "Lecce vaults" highlighted the following characteristics:*

- 1) *the composition is governed by symmetry;*
- 2) *the contour lines of the intrados surfaces tend to be rectilinear, parallel and in general coincide with the horizontal positions of the instrument. This underscores the builder's intention to build vaults that have cylindrical sails with variable generatrices. When visible, the position of the conchs confirm this trend, even if the contour lines, above all in plastered vaults, are often rounded with the cavity facing inwards; this creates a slight thickening at the intersection of the surfaces, very similar to the*

4/ Chiesa di San Domenico a Gallipoli (Lecce), rilievo con laser scanner. Ipografia parziale della navata. Viste prospettiche delle singole nuvole di punti. *The Church of San Domenico in Gallipoli (Lecce), laser scanner survey. Partial hypsography of the nave. Perspective of each points cloud.*

5/ Collegiata di Maglie (Lecce), rilievo con laser scanner. L'ipografia complessiva della chiesa è risultato dell'unione di 17 differenti acquisizioni di nuvole di punti. In basso, elaborazione della nuvola di punti, trasformazione in mesh e creazione dell'ipografia a curve di livello (passo 20 cm). *Collegiate in Maglie (Lecce), laser scanner survey. The overall hypsography of the church is created by joining 17 different acquisitions of points clouds. Below, rendering of the points cloud, transformation in mesh and creation of the contour line hypsography (spacing 20 cm).*

ra 6e che mostra come lo spigolo si sia biforcuto in due ulteriori spigoli tra loro formanti, in pianta, un angolo di 45 gradi. Possiamo ora alterare il pattern così formato, riducendo o aumentando l'angolo di 45 gradi. Ciò darà origine a una falda cilindrica di sezione ellittica. L'asse verticale dell'ellisse di sezione sarà quello maggiore quando l'angolo sarà maggiore di 45 gradi (fig. 6f) e sarà quello minore quando l'angolo sarà minore di 45 gradi (fig. 6g). Applicando la simmetria bilaterale sui pattern di una delle figure 6e, 6f e 6g, possiamo ottenere la figura 6h. Si tratta di un nuovo pattern, che è la tipica lunetta composta delle volte leccesi. Possiamo introdurre su questo pattern delle variazioni che corrisponderanno a varie forme. Nel caso esposto dalle figure 6i, 6l e 6m, otterremo per ribaltamento una disposizione molto frequente nelle na-



vate centrali delle chiese salentine. Come si vede, le lunette contrapposte possono, a secondo della loro luce, essere indipendenti, toccarsi su un vertice, o interferire tra loro, interrompendo la continuità della botte principale. Applicando sulla figura 6e la simmetria di rotazione di ordine 4, avremo la cosiddetta «volta a spigolo», molto comune nell'edilizia civile (fig. 6n). Accanto a questa soluzione, va considerata l'altra, nella quale lo stesso pattern della figura 6e viene innestato su un punto del perimetro della stanza che si discosta dal vertice di una piccola quantità ed è, poi, ribaltato lungo la diagonale della stanza, generando un incavo, detto comunemente «cappuccio» (fig. 6o). Alla figura così ottenuta si applica la rotazione di ordine 4 che dà come risultato la «volta a squadro», anche essa comune nell'edilizia civile (fig. 6p). È possibile modificare ulteriormente il pattern della figura 6e introducendo altre sfaccettature sui due spigoli, che si dividono ulteriormente in due (figg. 6q, 6r e 6s, 6t), generando soluzioni di una certa complessità, con sorprendenti effetti geometrici e chiaroscurali visibili soprattutto nelle volte delle chiese. Infine, uno dei pattern delle figure 6e, 6f, 6g può essere adattato al coro rettangolare di una chiesa, come nel caso di San Domenico a Molfetta, ribaltandolo su due assi ortogonali e, poi, raccordandosi con la testa di padiglione (figg. 6u, 6v). Questa riflessione sulle regole compositive ci ha

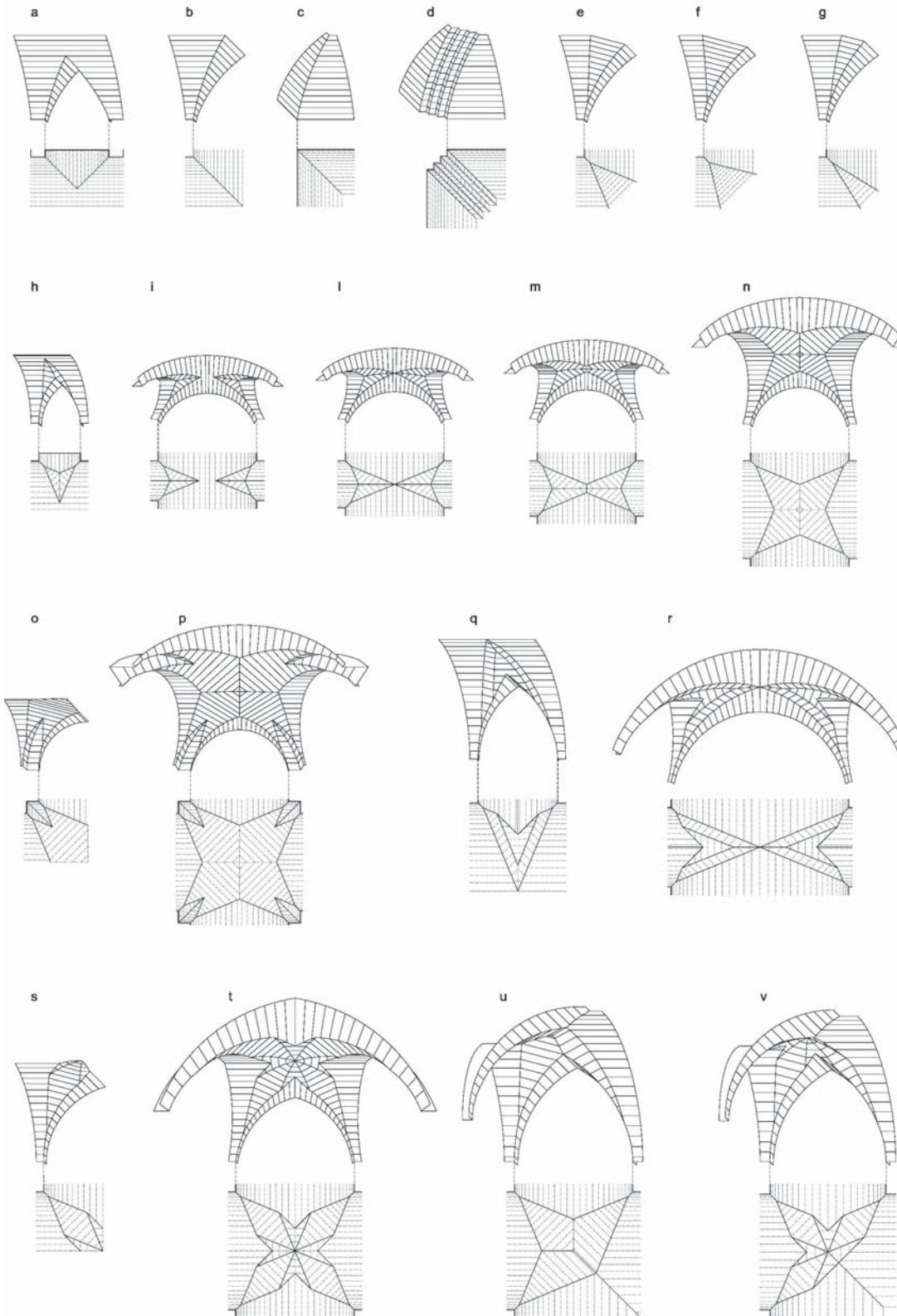
large ribs normally found at the corners. 3) the plane projections of the intersections between the surfaces are made up of rectilinear lines. This means that the curves are arranged on vertical planes and that they are intersections of semicylinders with equal radii; the axes are on the same level, but face different directions.

These initial observations were compared with the vaults of about fifty religious buildings in the Salento region. The summary photographic surveys, the analysis of the vaults from floor level and, finally, reliable historical information on numerous buildings in this large test sample confirm that the previously surveyed characteristics were still valid. This pointed to a well-defined, long-term building cycle.

The first characteristic is very important because it proves that the horizontal projections of the vaults were planimetrically designed, even if the people who designed and built them must have been aware of their spatial and chiaroscuro effects. This fact led us to consider and study the vaults as symmetrical configurations created by patterns and by a serial group of movements along the plane. The result was an interpretation of the forms which, although it doesn't provide a univocal explanation, can help to make them easier to understand.

We started the logical sequence with a barrel vault because it is traditionally used in rectangular rooms. If you want to insert a window in a place that interferes with the impost, you have to insert a lunette in the barrel vault. Imagine that the lunette has cylindrical pitches with a radius equal to that of the main vault (fig. 6a). The lunette will be a pointed lunette and will be represented in the layout by a triangle with sides that slope at a 45° angle compared to the walls of the room. Now let's isolate the polyhedron of the lunette which is, quite simply, the convex corner of a normal groin vault (fig. 6b). This is the pattern of a series of structures used to create other, more complex patterns. This pattern can be compared with a concave corner of a pavilion vault (fig. 6c). Merging the two basic patterns of figures 6b and 6c will produce a series of "waves" in the surfaces of the intrados, creating

6/ Principali patterns della volta leccese.  
Main patterns of Lecce vaults.



deep chiaroscuro effects and possibly giving it a structural function (fig. 6d). Now let's split the corner in figure 6b by introducing another cylindrical pitch with the same radius. The plan of figure 6e shows how the corner is split to create another two corners which, together, create a  $45^\circ$  angle shown in the plan. Now we can alter this pattern, decreasing or increasing the  $45^\circ$  angle. This will create a cylindrical pitch with an elliptical section. The vertical axis of the section ellipse will increase when the angle is greater than 45 degrees (fig. 6f) and smaller when the angle is less than 45 degrees (fig. 6g). By applying bilateral symmetry to the patterns of one of the figures 6e, 6f or 6g, we can create figure 6h. This new pattern is the typical composite lunette of Lecce vaults. We can change this pattern by introducing variations that will produce different forms. In the examples illustrated by figures 6i, 6l and 6m, rotation will afford a design very common in the central naves of churches in the Salento region. The figures show that the opposite lunettes can, depending on their span, be independent, touch at a vertex, or interfere with one another, disrupting the continuity of the main barrel vault.

If we apply fourth order rotation symmetry to figure 6e, we will obtain the so-called "chamfer vault," very common in public architecture (fig. 6n). We should also consider another solution in which the pattern of figure 6e is grafted onto a point of the perimeter of the room that is slightly off centre and is then inverted along the diagonal of the room, creating a hollow, commonly known as a cappuccio (fig. 6o). The fourth order rotation is then applied to the figure: the result is a "cross vault," again very common in public architecture (fig. 6p). The pattern of figure 6e can be further modified by introducing more facets on the two corners, which is also divide into two (figs. 6q, 6r, 6s and 6t), creating quite complex designs with surprising geometric and chiaroscuro effects mainly present in church vaults. Finally, one of the patterns of figures 6e, 6f and 6g can be adapted to the rectangular chancel of a church, for instance the Church of St. Dominic in Molfetta inverting it on two orthogonal axes and then connecting it to the

7/ Duomo di Gallipoli (Lecce), volta laterale del transetto. Modello, vista prospettica e ipografia, vista fotografica della volta.

*The Duomo in Gallipoli (Lecce), side vault of the transept. Model, perspective view and hypsography, photograph of the vault.*

8/ Chiesa dell'Immacolata a Squinzano (Lecce). Modello, vista prospettica e ipografia, vista fotografica della volta.

*The Church of the Immaculate Conception in Squinzano (Lecce). Model, perspective view and hypsography, photograph of the vault.*

9/ Chiesa di Sant'Angelo a Tricase (Lecce), volta dell'area absidale. Modello, vista prospettica e ipografia, vista fotografica della volta.

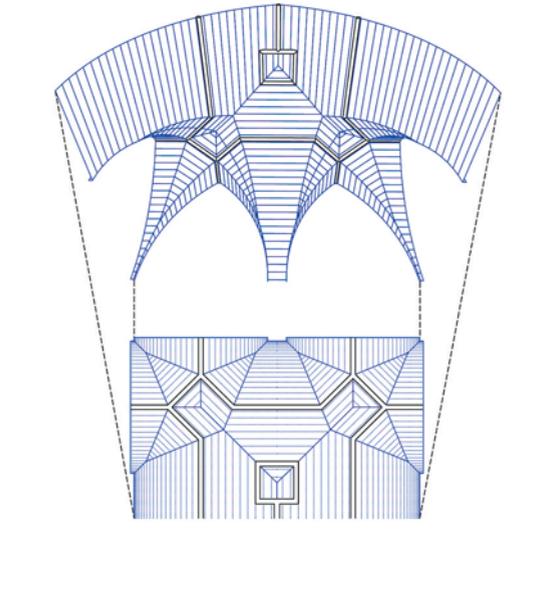
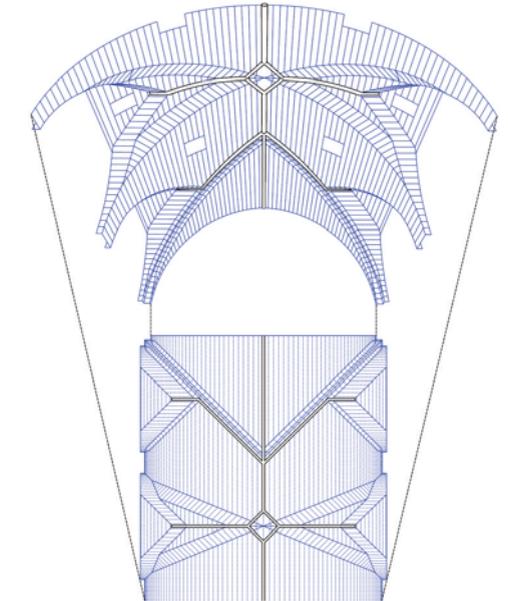
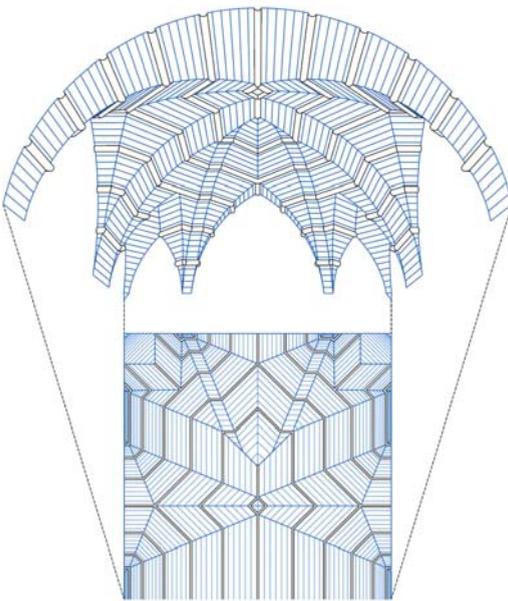
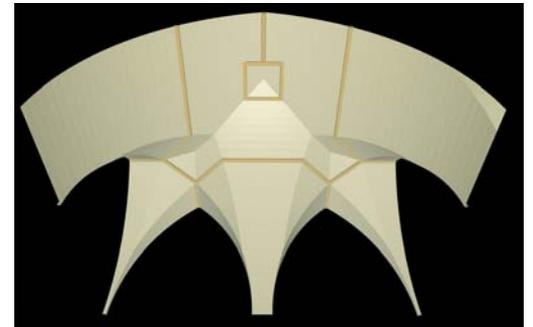
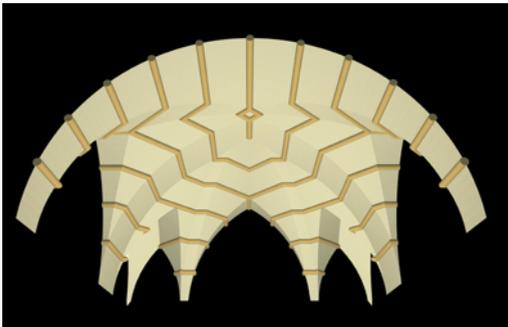
*The Church of Sant'Angelo in Tricase (Lecce), vault of the apse area. Model, perspective view and hypsography, photograph of the vault.*

consentito di acquisire una maggiore disinvoltura nell'analisi e nella lettura di volte, anche molto complesse, sulla base della sola osservazione. Per dare un'idea delle geometrie generate dalla combinazione delle superfici cilindriche, senza pretendere di esaurire una casistica molto ampia, rinviando alle illustrazioni dei se-

guenti esempi: Duomo di Gallipoli<sup>7</sup> (fig. 7), Chiesa dell'Immacolata a Squinzano<sup>8</sup> (fig. 8), Chiesa di Sant'Angelo a Tricase<sup>9</sup> (fig. 9).

Concludendo queste brevi note, ci sembra opportuno osservare che la comparsa di questo sistema di copertura potrebbe essere collocata negli ultimi decenni del XVI secolo, ambi-

*crown of the pavilion (figs. 6u and 6v). Studying the compositional rules made it easier for us to analyse and interpret the vaults, even the more complex ones, based only on visual observation. The illustrations of the Duomo in Gallipoli<sup>7</sup> (fig. 7), the Church of the Immaculate Conception in Squinzano<sup>8</sup> (fig. 8)*



10/ Collegiata di Maglie (Lecce), rilievo con laser scanner. Navata laterale, pianta a curve di livello (passo 5 cm) e vista assometrica.

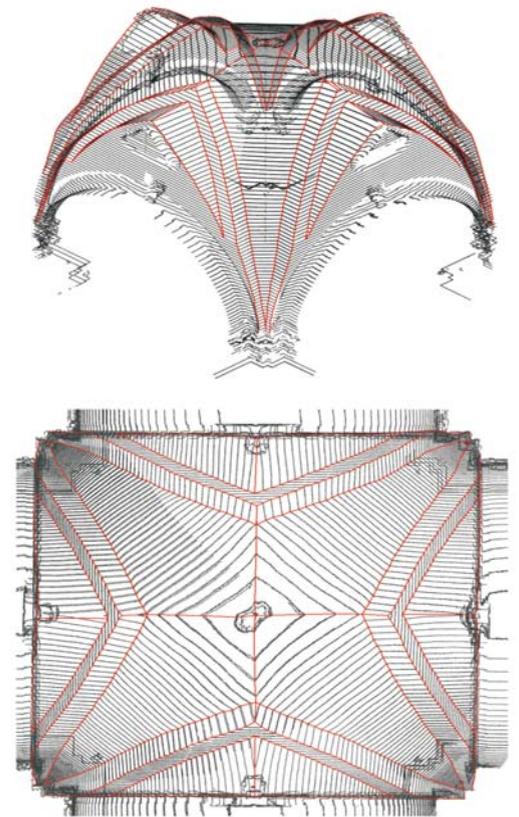
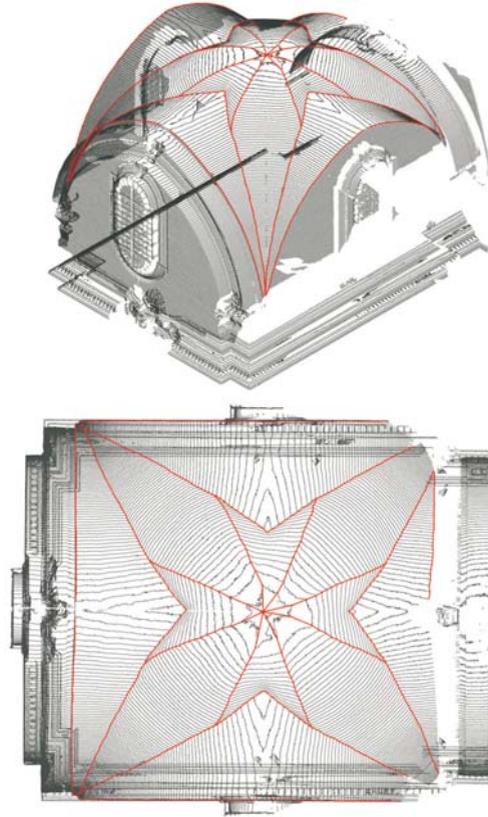
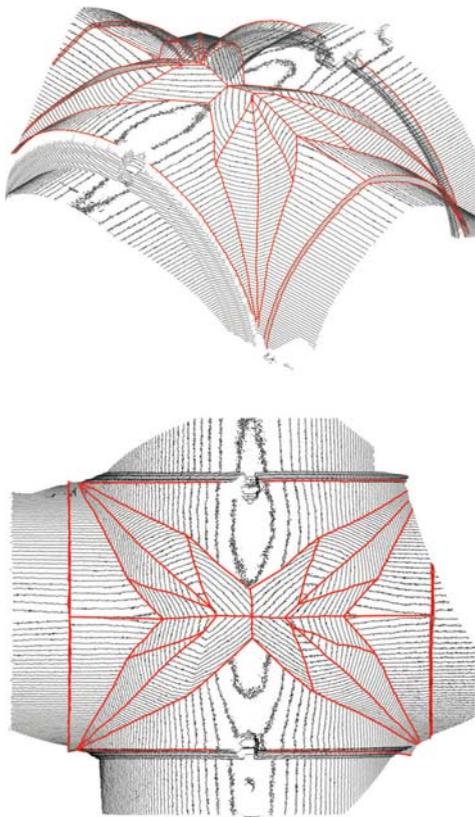
*The Collegiate in Maglie (Lecce), laser scanner survey. Side nave, contour line plan (spacing 5 cm) and axonometric view.*

11/ Collegiata di Maglie (Lecce), rilievo con laser scanner. Transetto, pianta a curve di livello (passo 10 cm) e vista assometrica.

*The Collegiate in Maglie (Lecce), laser scanner survey. Transept, contour line plan (spacing 10 cm) and axonometric view.*

12/ Collegiata di Maglie (Lecce), rilievo con laser scanner. Intersezione navata principale e transetto, pianta a curve di livello (passo 2,5 cm) e vista assometrica.

*The Collegiate in Maglie (Lecce), laser scanner survey. Intersection of the main nave and transept, contour line plan (spacing 2.5 cm) and axonometric view.*



to cronologico nel quale sono attestati i primi esempi in edifici religiosi<sup>10</sup>. In attesa di accurate indagini archivistiche<sup>11</sup> che possano far luce sull'eventuale origine del motivo, provando a mettere in relazione i modelli con la cronologia degli edifici, sembra possibile porre all'inizio dell'evoluzione formale di queste coperture quegli esempi caratterizzati da un sistema di cordoni, che, pur rimandando ai costoloni delle volte a crociera gotiche, se ne differenziano concettualmente, poiché sono disposti orizzontalmente secondo gli assetti dell'orditura delle volte.

C'è inoltre da considerare che nei primi esempi, l'orditura dell'intradosso era sicuramente a vista sin dall'origine. Lo attesta la presenza di decorazioni incise direttamente sulla superficie dei conci<sup>12</sup>, che si presenta non intonacata, ma solo scialbata. Questi cordoni sono già presenti nelle volte a padiglione e a botte della prima metà del XVI secolo. Viene meno, dunque, l'interpretazione di molti studiosi di una derivazione prettamente gotica delle volte leccesi<sup>13</sup>, mentre si è invogliati a conside-

rarle come una tipica commistione di influenze su un'area provinciale, tra il gotico internazionale e le prime esperienze rinascimentali. Nel corso del secolo XVII e XVIII questi cordoni scompaiono lasciando spazio a soluzioni sempre più complesse cui si abbinano apparati decorativi in stucco propri del gusto barocco e settecentesco<sup>14</sup>.

La fine dell'Ottocento e i primi decenni del Novecento attestano un utilizzo di modelli semplificati, quali la volta a spigoli o la volta a squadra, quasi corrisponda a questo periodo una minore abilità costruttiva.

Su ognuna di queste osservazioni riteniamo opportuno ritornare, con altre ricerche, operando con altre rilevazioni su un campionario più vasto di volte, e facendo confronti con forme analoghe dello stesso periodo ubicate in altri contesti geografici.

□ Angelo Ambrosi, Gabriele Rossi – Dipartimento di Scienze dell'ingegneria civile e dell'architettura, Politecnico di Bari

and the Church of Sant'Angelo in Tricase<sup>9</sup> (fig. 9) can give the reader an idea of the geometry created by the combination of cylindrical surfaces, although we realise that they don't include all the rather broad examples of this type of architecture.

In conclusion, we believe it's useful to emphasise that this type of ceiling could date back to the last few decades of the sixteenth century, when this type of ceiling began to be found in religious buildings.<sup>10</sup> In the absence of detailed archival studies<sup>11</sup> that can shed light on the origins of this pattern, if we compare the models with the chronology of the buildings, it seems feasible to say that the vaults with a cordon system were the ones that generated the formal development of this type of ceiling. Even if the cordon system recalls the large ribs of Gothic cross vaults, it is conceptually different because the cordons are arranged horizontally based on the position of the pattern of the vaults.

Furthermore, the outline of the intrados in the early designs was certainly visible from the very

1. In «pietra leccese» sono realizzate le parti iniziali delle volte dall'imposta sporgente dal piano delle murature o dei pilastri per un numero limitato di conci, disposti ancora secondo un giacitura orizzontale, il cui numero varia in relazione alla dimensione del vano che si intende coprire (questa parte della volta è indicata col termine *appesa*). Il successivo sviluppo delle superfici è realizzato interamente in tufo o, in alcuni casi dell'area occidentale della penisola salentina, in *carparo*, pietra tufacea di colore giallo paglierino.

2. Le prime citazioni sulle volte leccesi sono in piccoli trattati di misurazione delle fabbriche e di pratica edilizia, scritti alla fine dell'Ottocento da architetti locali. Vedi: R. Gentile, *Misura teorico-pratica delle volte*, Lecce, 1878, che dedica un intero capitolo alla *Misura delle volte a spigoli e Misura delle volte a squadra aperto*, p. 55; Carlo Luigi Arditì, *Guida tecnico pratica ai lavori di fabbrica*, Lecce, 1888 e *L'architetto in famiglia. Nozioni e precetti pel proprietario nel fabbricare*, Matino (Le), 1894. Il primo e unico testo dedicato interamente all'argomento è quello di V.G. Colaianni, *Le volte leccesi*, Bari, 1967. Tra i contributi più recenti citiamo quelli di E. Arlati, L. Accoto, *Le volte leccesi tra innovazione e tradizione. Riformulare la vocazione edilizia delle cave*, Galatina, 1998 e di D.G. De Pascalis, *L'arte di fabbricare e i fabbricatori. Tecniche costruttive tradizionali e magisteri muratori in Terra d'Otranto dal Medioevo all'Età Moderna*, Nardò (Le), 2001. Il nostro gruppo ha iniziato a occuparsi del tema nel corso del 2002 nell'ambito della ricerca *Qualità tecniche e visuali della superficie dei manufatti architettonici e ruolo della rappresentazione nell'ambito degli interventi di restauro*. Il tema è stato presentato da Carlo Zaccaria, con la relazione *La geometria delle volte leccesi: ipotesi di interpretazione*, al Convegno: «Architettura e stereotomia tradizione e innovazione», Bari, 3-4 luglio 2002, i cui atti sono di prossima pubblicazione e da A. Ambrosi, con la relazione *Modelli digitali e rilievo delle volte. Il caso delle volte leccesi*, in occasione del Seminario «Rappresentazione del progetto. Progetto della rappresentazione» Milano, 13-14 maggio 2002, i cui atti sono di prossima pubblicazione. Una versione più ampia del presente articolo è in corso di pubblicazione negli atti della ricerca (ex quota 60%) *Strategie di raccordo tra innovazione e tradizione delle tecniche sostenibili per il restauro ed il recupero degli edifici e della città storica*, di prossima pubblicazione.

3. Vedi R. Gentile, *op. cit.*, pp. 49-56 e C.L. Arditì, *op. cit.*, p. 180.

4. Vedi E. Arlati, L. Accoto, *op. cit.*, p. 62, che presenta il rilievo fotogrammetrico, eseguito dal professor Maurizio Minchilli, di una volta del municipio di Manduria.

5. Si è perpetuata per molti anni un'ambiguità nella rappresentazione delle proiezioni orizzontali delle linee di intersezione delle superfici componenti la volta che in alcuni casi sono state disegnate con tratti rettilinei e in altri con tratti curvi. Di questa ambiguità c'è traccia già

nella prima menzione di queste tipologie vedi R. Gentile, *op. cit.*, p. XVIII. Questi descrive le proiezioni orizzontali della volta a spigoli (fig. 1.12) teoricamente come una stella costituita da quattro triangoli con i vertici arrotondati. La superficie risulterebbe, pertanto, suddivisa in cinque parti, delle quali le quattro laterali sarebbero porzioni cilindriche e quella centrale una vela semiellissoidica; i muratori, però, secondo lo stesso Gentile, seguirebbero nella pratica lo schema della figura 1.13, nella quale la proiezione in pianta della volta risulta composta da quattro triangoli di altezza minore della metà della stanza da coprire, la parte centrale dell'intradosso sarebbe una superficie indefinibile le cui sezioni fatte con piani diagonali dovrebbero essere, tuttavia, delle semiellissi.

6. Il software utilizzato per la restituzione dei singoli punti battuti con la stazione totale è Registra, un semplice applicativo in grado di acquisire i dati e tradurli in vari formati tra cui quello DXF idoneo a essere acquisito da applicativi CAD; diverso è il caso della gestione e del montaggio delle singole nuvole di punti acquisite con il laser scanner, il software utilizzato è Cyclone 4.1.1, un applicativo dalle notevoli potenzialità che consente l'assemblaggio delle singole scansioni e un gran numero di elaborazioni che con difficoltà possono essere gestite da software CAD opportunamente predisposti all'acquisizione di nuvole di punti.

7. La costruzione del Duomo di Gallipoli sull'antica chiesa normanna è attribuita a due architetti gallipolini, Lachibari Scipione e Francesco Bischettini (1629-1660). Vedi M. Calvesi, M. Manieri Elia, *Architettura Barocca a Lecce e in Terra di Puglia*, Roma-Milano, 1971, p. 94.

8. La costruzione della Chiesa dell'Immacolata di Squinzano (1618-1627) è attribuita da Paone a Protomastro Marcello da Lecce. Vedi M. Paone, *La chiesa di S. Angelo e il suo architetto*, in *Tricase. Studi e documenti*, a cura di M. Paone, Galatina, 1978, p. 110. Vedi anche M. Patichio, *Breve ritratto della vita di Maria Manca della Terra di Squinzano, fondatrice della chiesa della SS.ma Annunziata di detta terra*, Napoli, 1769.

9. L'iscrizione posta sul vano di accesso principale riporta la data della sua costruzione: 1624. La paternità è oggetto invece di due distinte attribuzioni: la prima a favore di Giovanni Maria Tarantino, vedi M. Calvesi, M. Manieri Elia, *op. cit.*, p. 92, la seconda a favore di Protomastro Marcello da Lecce, vedi M. Paone, *op. cit.*, pp. 107-116.

10. Ci si riferisce, tra le altre, alla chiesa dell'Incoronata a Nardò, alla chiesa di Santa Caterina Novella a Galatina e al Sedile di Lecce.

11. Si rimanda per un approfondimento su queste figure al lavoro di D.G. De Pascalis, *op. cit.*, pp. 43-52, e ai numerosi articoli di Laura Floro che si è interessata delle

*start. This is confirmed by the presence of decorations engraved directly on the surface of the conchs.<sup>12</sup> The latter are not plastered, but only whitewashed. These cordons are already present in the pavilion vaults and barrel vaults of the first half of the sixteenth century. This refutes the opinion of many scholars that Lecce vaults<sup>13</sup> have a strictly Gothic origin. Instead, we tend to consider them as a typical mix of influences in a specific area that appeared between the international Gothic style and the first attempts at Renaissance architecture.*

*During the seventeenth and eighteenth centuries, these cordons disappeared: increasingly complex solutions were invented and combined with decorative, eighteenth century, Baroque-style stuccoes.<sup>14</sup>*

*A simpler model, i.e. the chamfer vault or cross vault, was used at the end of the nineteenth century, beginning of the twentieth century. This could mean that building skills had become less proficient.*

*We believe that all our remarks require further study and surveys on a bigger sample group of vaults as well as comparative studies with similar contemporary forms in other geographical areas.*

1. "Lecce stone" was used to build the first parts of the vaults, from the impost sticking out from the wall or columns for a limited number of conchs still arranged according to a horizontal pattern: the number varies according to the size of the room (this part of the vault is indicated by the word hanging "appesa"). The rest of the surface is made of tufa or, in some cases, to the west of the Salento peninsula, in carparo, tufa-like, straw yellow stone.

2. Lecce vaults were first mentioned in short treatises on building measurements and construction written by local architects at the end of the nineteenth century. See: R. Gentile, *Misura teorico-pratica delle volte, Lecce, 1878, who dedicates an entire chapter to the Misura delle volte a spigoli e Misura delle volte a squadra aperto, p. 55; Carlo Luigi Arditì, Guida tecnico pratica ai lavori di fabbrica, Lecce, 1888 and L'architetto in famiglia. Nozioni e precetti pel proprietario nel fabbricare, Matino (Le), 1894. The first and only text dedicated entirely to this subject is by V.G. Colaianni, Le volte leccesi, Bari, 1967. Recent contributions include E. Arlati, L. Accoto, Le volte leccesi tra innovazione e tradizione. Riformulare la vocazione edilizia delle cave, Galatina, 1998 and D.G. De Pascalis, L'arte di fabbricare e i fabbricatori. Tecniche costruttive tradizionali e magisteri muratori in Terra d'Otranto dal Medioevo all'Età Moderna, Nardò (Le), 2001. Our*

maestranze neretina della seconda metà del Cinquecento: *L'attività di G.M. Tarantino*, in «La Voce del Sud», 11 maggio 1996; *G.M. Tarantino e il suo team*, in «La Voce del Sud», 8 giugno 1996; *L'epilogo di un cantiere per la sede dell'Università di Nardò*, in «La Voce del Sud», 10 maggio 1997; *La cinquecentesca Chiesa di S. Maria Immacolata*, in «La Voce del Sud», 22 novembre 1997; *Ancora sulla vita del maestro G.M. Tarantino di Nardò*, in «La Voce del Sud», 14 febbraio 1998.

12. Questo è il caso della Chiesa di Sant'Angelo a Tricase, la Chiesa dell'Immacolata a Squinzano, la Chiesa dei Domenicani a Gallipoli.

13. Il Donghi (*Manuale dell'Architetto*, per cura dell'architetto ing. Daniele Donghi, Torino, 1925, pp. 562-574) seppur senza riferimento diretto alle volte leccesi inserisce questa tipologia tra le volte di derivazione prettamente gotica nel paragrafo delle *Volte gotiche, stellate, reticolate, a ventaglio*. Di questo avviso è anche A. Petriani nell'introduzione del testo di V. Colaianni, *op. cit.*, p. 5; egli ritiene infatti che analizzando le volte leccesi dal punto di vista formale non si può non accostarle a quelle gotiche, ma con la possibilità di collocarle anche tra quelle rinascimentali.

14. Si vedano, tra i numerosi esempi del periodo, la Matrice di Tricase, la Chiesa di Sant'Andrea a Presicce e la Parrocchiale di Sternatia.

*group started to work on this topic in 2002 during the research entitled Qualità tecniche e visuali della superficie dei manufatti architettonici e ruolo della rappresentazione nell'ambito degli interventi di restauro. The topic was illustrated by Carlo Zaccaria, in his presentation La geometria delle volte leccesi: ipotesi di interpretazione, at the Conference: Architettura e stereotomia tradizione e innovazione, Bari, July 3-4, 2002 (proceedings to be published shortly) and by A. Ambrosi in his presentation Modelli digitali e rilievo delle volte. Il caso delle volte leccesi, during the Seminar entitled Rappresentazione del progetto. Progetto della rappresentazione Milan, May 13-14, 2002 (proceedings to be published shortly). A longer version of this article is currently being published in the proceedings of the research (former quota 60%) entitled Strategie di raccordo tra innovazione e tradizione delle tecniche sostenibili per il restauro ed il recupero degli edifici e della città storica di prossima pubblicazione.*

3. See R. Gentile, *op. cit.*, p. 49-56 and C.L. Arditi, *op. cit.*, p. 180.

4. See E. Arlati, L. Accoto, *op. cit.*, p. 62 showing the photogrammetric survey of a vault of the Town Hall in Manduria carried out by Professor Maurizio Minchilli.

5. *For many years the representation of the horizontal projections of the intersecting lines of the surfaces of the vaults was presented ambiguously: some were drawn with rectilinear lines and others with curved lines. This is noticeable in the first notes on these typologies: see R. Gentile, op. cit., p. XVIII. Gentile describes the horizontal projections of the chamfer vaults (fig.1.12) theoretically as a star having four triangles with rounded vertexes. As a result, the surface would be divided into five parts; the four side parts would be cylindrical portions and the central part would be a semi-ellipsoidal sail; however Gentile also remarks that, in practice, the stonemasons used the pattern in figure 1.13 showing the plane projection of the vault as having four triangles less than half the height of the room, while the central part of the intrados appears to be an indefinable surface in which the sections with diagonal planes should, however, be semi-ellipses.*

6. *The software used for the restitution of each point captured by the total station is called Registra. It is a simple tool that can acquire data and turn it into different formats including DXF, capable of being acquired by CAD systems. The management and assembly of the single points clouds acquired with the laser scanner is different: in this case we used a software called Cyclone 4.1.1, a tool with remarkable potential that can assemble each scan as well as a large amount of processed data that is difficult to manage with ad hoc CAD software for the acquisition of points clouds.*

7. *The construction of the Duomo in Gallipoli on the ruins of the former Norman church is attributed to two*

*architects from Gallipoli, Lachibari Scipione and Francesco Bischettini (1629-1660). See M. Calvesi, M. Manieri Elia, Architettura Barocca a Lecce e in Terra di Puglia, Rome-Milan, 1971, p. 94.*

8. *The construction of the Church of the Immaculate Conception in Squinzano (1618-1627) is attributed by Paone to Protomastro Marcello from Lecce. See M. Paone, La chiesa di S. Angelo e il suo architetto, in Tricase. Studi e documenti, edited by M. Paone, Galatina, 1978, p. 110. See also M. Patricchio, Breve ritratto della vita di Maria Manca della Terra di Squinzano, fondatrice della chiesa della SS.ma Annunziata di detta terra, Naples, 1769.*

9. *The inscription over the main entrance shows the date of construction to be 1624. There are two theories as to who built it. The first in favour of Giovanni Maria Tarantino, see M. Calvesi, M. Manieri Elia, op. cit., p. 92, the second in favour of Protomastro Marcello from Lecce, see M. Paone, op. cit., pp. 107-116.*

10. *Reference is made, amongst others, to the Church of the Coronation in Nardò, the Church of Santa Caterina Novella in Galatina and the Sedile in Lecce.*

11. *For more in-depth information on this issue, see works by D.G. De Pascalis, op. cit., pp. 43-52, and the many articles by Laura Floro who studied the neretino workers in the second half of the sixteenth century: L'attività di G.M. Tarantino, in "La Voce del Sud", May 11, 1996; G.M. Tarantino e il suo team, in "La Voce del Sud", June 8, 1996; L'epilogo di un cantiere per la sede dell'Università di Nardò, in "La Voce del Sud", May 10, 1997; La cinquecentesca Chiesa di S. Maria Immacolata, in "La Voce del Sud", November 22, 1997; Ancora sulla vita del maestro G.M. Tarantino di Nardò, in "La Voce del Sud", February 14, 1998.*

12. *This is the case of the Church of Sant'Angelo in Tricase, the Church of the Immaculate Conception in Squinzano and the Church of the Dominicans in Gallipoli.*

13. *Although the Donghi Manual of Architecture (Manuale dell'Architetto, edited by the architect and engineer Daniele Donghi, Turin, 1925, p. 562-574) makes no direct reference to the Lecce vaults, it includes this typology in the vaults with a strictly Gothic origin in the paragraph entitled Volte gotiche, stellate, reticolate, a ventaglio. In the introduction to the text by V. Colaianni, op. cit., p. 5, A. Petriani concurs with this position. In fact when carrying out a formal analysis of the Lecce vaults it's impossible not to compare them to Gothic vaults, but it's also possible to place them among renaissance vaults too.*

14. *The Mother Church in Tricase, the Church of St. Andrew in Presicce and the parish church in Sternatia are just some of the many examples of this period..*

Riccardo Migliari

## La prospettiva e Panofsky

Circa ottant'anni fa, un illustre storico dell'arte, che risponde al nome di Erwin Panofsky, scrisse un saggio intitolato *La prospettiva come forma simbolica*<sup>1</sup>. A me sembra ch'egli volesse semplicemente dire che la cosiddetta «prospettiva legittima», cioè quella costruita con le regole che la geometria insegna, non è l'unica degna di questo aggettivo<sup>2</sup>, *legittima*, cioè degna di rappresentare lo spazio così come noi lo percepiamo, essendo questa percezione condizionata non solo dall'ottica ma soprattutto dalla mente di chi osserva. Nei territori dell'arte, legittime sono anche molte altre forme della rappresentazione dello spazio e, forse, talune sono anche più espressive. Tuttavia, il pensiero di Panofsky fu inteso in altro modo, molto più radicale, e cioè: la prospettiva legittima non è in grado di rappresentare lo spazio così come noi lo percepiamo, al contrario lo deforma in modo inaccettabile, perciò deve essere rifiutata a vantaggio di altri modi, come la prospettiva curvilinea o l'assonometria.

Di conseguenza, per molti anni la prospettiva legittima è stata denigrata, accusata anche di costringere gli architetti nelle panie di una concezione rigida e forzatamente assiale dello spazio.

Ci proponiamo di correggere questo che a noi, oggi, sembra un pregiudizio, senza per altro entrare nel merito delle questioni di carattere storico artistico, ma rimanendo nell'ambito della scienza e della sua storia.

Il teorema di Panofsky, se così possiamo dire, contiene poi un altro corollario importante: è quello che riguarda la prospettiva degli antichi. «Tale modo di raffigurare – egli dice – è [...] caratterizzato, rispetto a quello moderno, da una peculiare indeterminazione e da un'intima mancanza di consequenzialità: mentre le costruzioni moderne [...] modificano tutti i valori di larghezza, di altezza e di profondità, in un rapporto costante, ciò è impossibile sub specie del sistema con asse di fuga» (cioè è impossibile per le prospettive antiche). Ora, per quanto ci è dato desumere da recenti osservazioni, ciò non è vero. Le prospettive antiche, non tutte ma molte, contengono sì alcune grossolane approssimazioni, ma contengono anche alcuni elementi di sorprendente esattezza, anche in merito alla degradazione delle

grandezze apparenti (aspetto questo molto trascurato da Panofsky). Sicché il giudizio sommario che abbiamo citato merita di essere riscritto e approfondito, sempre con riguardo alla storia dei metodi di rappresentazione.

### *Panofsky e la prospettiva legittima*

Riassumendo in modo semplice e chiaro il pensiero di Panofsky, Marisa Dalai<sup>3</sup> propone un quesito fondamentale: deve la prospettiva essere considerata un «sistema rigido e immutabile» o, piuttosto, un elemento stilistico dell'opera d'arte «suscettibile d'essere continuamente rielaborato e reinterpretato nelle diverse epoche e province dell'arte»?

L'articolata risposta a questa domanda costituisce, appunto, il tema del saggio di cui ci occupiamo e, come è facile immaginare, abbraccia la seconda soluzione. Ho detto che è facile per noi immaginare la soluzione del quesito, ma lo è proprio perché la nostra formazione e la nostra cultura sono impregnate del pensiero di Panofsky. Come la stessa Dalai ricorda, infatti, fino alla fine dell'Ottocento la critica accademica considerava la costruzione geometrica della prospettiva un valore in sé, positivo anche nel senso propriamente artistico, in armonia con l'idea che l'arte dovesse imitare la natura. Se confrontato con questa concezione, il saggio di Panofsky assume un valore rivoluzionario, anche ai nostri occhi, e una eccezionale attualità. La medesima forza e originalità, che ha sedotto e ancora seduce tanti lettori, ha però prodotto anche quegli effetti indesiderati, ai quali abbiamo fatto cenno, e cioè una perdita di credibilità della prospettiva scientifica o legittima che dir si voglia. In particolare, questo discredito ha coinvolto il mondo degli architetti, che della prospettiva si servono per esaminare gli spazi che hanno ideato e per comunicare le proprie idee.

Nei primi anni del Novecento, le considerazioni di Panofsky furono necessarie per scardinare l'arroganza di un pensiero conservatore che faceva delle regole prospettiche un valore inderogabile, ma oggi, conseguito il loro effetto, le medesime considerazioni appaiono lacunose e forzate ed è perciò necessario rimettere gli argomenti nella giusta posizione: il valore della prospettiva scientifica da un la-

### *Panofsky and perspective*

*About eighty years ago a famous art historian by the name of Erwin Panofsky wrote a paper entitled Perspective as symbolic form.<sup>1</sup> In my opinion, all he wanted to say is that so-called "legitimate perspective," in other words perspective based on the rules of geometry, is not the only perspective worthy of that adjective,<sup>2</sup> legitimate, i.e. worthy of representing space as we see it, since this perception is influenced not only by optics, but, above all, by the observer's intellect. Many other forms of spatial representation are legitimate in art and, possibly, some are even more expressive.*

*Nevertheless, people interpreted Panofsky's ideas much more radically, i.e., legitimate perspective is unable to represent space as we see it, on the contrary, it inappropriately deforms space and should therefore be discarded in favour of other methods such as curvilinear perspective or axonometric projection. As a result, for many years legitimate perspective was maligned, accused of luring architects towards a rigid and mandatory axial concept of space.*

*I propose to remedy what today I believe is a prejudicial standpoint. I shall not, however, discuss the historical and artistic aspects, but only those pertinent to the field of science and its evolution.*

*Panofsky's theorem, if we can call it that, contains another important side issue: perspective in antiquity. He says "but this mode of representing space suffers in comparison to the modern mode, from a peculiar instability and internal inconsistency, from the modern vanishing-point construction distorts all widths, depths and heights in constant proportion... [and this] is impossible under the vanishing-point principle" (i.e., impossible for ancient perspectives). From what we can tell from recent observations, this isn't true. It is true that many, not all, ancient perspectives do have some rough approximations, but they also have some extremely accurate elements, in particular vis-à-vis the decline in apparent magnitude (something Panofsky overlooked completely). So the hasty opinion we mentioned earlier should be rewritten and studied with the history of representation methods in mind.*

to, il valore del prospettiva come forma simbolica, dall'altro.

Panofsky esordisce con una definizione della prospettiva come arte del vedere attraverso il quadro, simulando la profondità dello spazio. Accettiamo questa definizione anche se ci sembra improprio arrestarne lo sviluppo a Desargues, come viene proposto. Vengono poi enunciate le leggi della prospettiva e qui Panofsky commette una serie di inesattezze che sono senz'altro trascurabili in un brano di letteratura artistica, ma non in un passo che fonda la sua forza persuasiva sul rigore scientifico. Mi riferisco in particolare:

1) al fatto che «tutte le ortogonali o linee di profondità s'incontrano nel cosiddetto punto di vista», mentre è vero che, se una retta è perpendicolare al quadro, le immagini di quella e delle rette che le sono parallele si incontrano nel punto principale<sup>4</sup>;

2) al fatto che «le grandezze eguali diminuiscono verso il fondo con una certa progressione, sicché – presunta nota la posizione dell'occhio – ogni grandezza è calcolabile in base alla precedente o successiva», mentre è vero che la giusta degradazione delle grandezze apparenti può essere costruita anche ignorando del tutto la posizione dell'occhio, come meglio dimostreremo nel seguito, e che, semmai, una volta costruita detta degradazione la posizione dell'occhio ne risulta di conseguenza<sup>5</sup>;

3) al fatto che la prospettiva così costruita, «per garantire la costruzione di uno spazio completamente razionale ...» deve presupporre che noi guardiamo «con un occhio immobile», mentre è vero che la prospettiva può essere osservata con entrambi gli occhi e che lo sguardo può liberamente ruotare e che anche la testa dell'osservatore può muoversi entro certi limiti, senza che venga meno l'effetto illusionistico della prospettiva – e anche questo ci riserviamo di discuterlo con maggiore attenzione.

Ora, se ci trovassimo all'interno di una dissertazione matematica, queste che Panofsky chiama «leggi» assumerebbero il valore di postulati e verrebbero nel seguito utilizzate per dedurre altre verità sotto forma di teoremi in un processo logico deduttivo. Ma non è così. Il discorso che segue procede invece concate-

nando altri assiomi e lasciando all'intuizione del lettore il compito di creare quei legami che rendono poi stabile la conclusione. Prova ne sia il concetto della presunta immobilità dell'occhio, che viene opportunamente accostato a quello della forma sferoide del campo visivo, ma senza spiegare le relazioni tra l'uno e l'altro. Ma anche su questo torneremo in modo più accurato. Ci è sufficiente qui mostrare che Panofsky scrive da letterato, non da matematico. E che possiede una conoscenza superficiale delle leggi che vuole sottoporre al vaglio della critica.

Sarà opportuno dunque riprendere i tre punti che abbiamo elencato, partitamente.

Il primo punto evidenzia una confusione in cui facilmente si incappa quando si parla di prospettiva: è la confusione tra realtà e illusione, tra le cose e la loro immagine, che è capace di evocarle. Nei termini più appropriati della geometria è questa la confusione tra gli enti geometrici dello spazio, come la retta  $r$  e il punto  $P$  e le loro proiezioni  $r'$  e  $P'$  portate sul quadro  $\pi'$  dal centro  $O'$ . Quello che Panofsky chiama, virgolettando, il *punto di vista* è in realtà il piede della perpendicolare condotta dal punto di vista al quadro, che viene di norma detto *punto principale*. E le rette  $r$  ortogonali (al quadro), di cui parla, chiaramente sono tra loro parallele (altrimenti non sarebbero tutte «ortogonali») e non possono incontrarsi nel cosiddetto «punto di vista», dove invece si incontrano le loro immagini  $r'$ . Possibile che Panofsky sia egli stesso vittima del potere illusionistico che vuole contestare? Non credo; in verità penso più semplicemente che egli non è avvezzo a dissertazioni di carattere geometrico e che, preso dalla passione delle idee, si lasci un po' andare in un territorio a lui sconosciuto, come è accaduto e ancora accade a molti (scagli la prima pietra chi è senza peccato).

Il secondo punto lascia intendere che vi sia una univoca relazione tra la posizione dell'occhio (cioè del punto di vista, quello vero) e la degradazione delle grandezze apparenti. La relazione è invece biunivoca. Ciò significa che, data una posizione dell'occhio, segue una degradazione, ma anche il contrario e cioè che, data una degradazione, segue una posizione dell'occhio.

E non si tratta di una distinzione sottile, di la-

### Panofsky and legitimate perspective

*The concise, simple summary of Panofsky's ideas written by Marisa Dalai<sup>3</sup> raises a very basic question: should perspective be considered as a "rigid, immutable system" or should it instead be a stylistic element of the work of art "liable to being continually re-elaborated and re-interpreted in different ages and fields of art"?*

*The complex answer to this question is what we're discussing here and it's easy to see that the second solution is a better choice. I said that it's easy for us to picture the solution to the problem. Why? Because our culture and knowledge are permeated by Panofsky's theories. In fact, Dalai herself notes that until the end of the nineteenth century, academics used to consider the geometric construction of perspective an intrinsic value, helpful even from a strictly artistic point of view and in line with the idea that art should imitate nature. Compared to this approach, even we consider Panofsky's paper revolutionary and extremely topical. However, the intensity and originality that seduced, and still seduces, so many readers has produced the undesirable effects we mentioned earlier, i.e. a loss of credibility, of scientific or, if you like, legitimate perspective. This discredit has mainly affected architects who use perspective to study the spaces they've created and to communicate their own ideas.*

*In the early twentieth century, Panofsky's considerations were crucial to shake the arrogance of a conservative concept that made perspective rules mandatory. Today, having achieved their goal, these considerations appear incomplete and contrived. So we need to realign these arguments: the importance of scientific perspective on the one hand, and the importance of perspective as symbolic form on the other.*

*Early on in his paper Panofsky defines perspective as the art of "seeing through" paintings, simulating spatial depth. I'll accept this definition even though I think it's wrong to only use Desargues, as proposed by Panofsky. He goes on to list the laws of perspective and here he makes a series of mistakes which would certainly be negligible in a literary paper on art, but not in an essay that bases its power of*

na caprina, ma di una distinzione carica di conseguenze proprio per la storia dell'arte. Ciò significa, infatti, che è possibile costruire una prospettiva assolutamente completa e corretta, ignorando la posizione dell'occhio (o centro di proiezione). E, a ben vedere, è proprio questo l'approccio che interessa il pittore, vale a dire la composizione dell'immagine sul quadro (tela o parete che sia) indipendentemente dalla impostazione proiettiva della macchina prospettica. Tutto ciò offre una chiave di lettura nuova e convincente degli encausti romani del secondo stile e degli sfondati prospettici in generale, come ci mostra Andrea Casale, in queste stesse pagine, nel suo saggio sull'argomento.

Il terzo punto è il più delicato, anche per l'ambiguità dell'aggettivo *immobile* che Panofsky usa per descrivere la posizione che l'occhio deve assumere nel guardare una prospettiva. Cosa deve intendersi per immobile? Si deve intendere che l'occhio non è libero di traslare o che non è neppure libero di ruotare? Risponde lo stesso Panofsky poco oltre, quando dice che «noi non vediamo con occhio fisso ma con entrambi gli occhi in costante movimento e che ciò conferisce al campo visivo una forma sferoide». Orbene, l'idea di Panofsky è dunque questa: che la prospettiva legittima, o geometricamente corretta, restituisca in modo fedele lo spazio rappresentato solo se osservata con un solo occhio e con lo sguardo fisso puntato nel punto principale, perciò immobile<sup>6</sup>.

Ebbene si può dimostrare sia per via meramente teorica, che per via sperimentale, che tutto ciò non è vero. La collimazione tra spazio reale e spazio illusorio, creata dalla macchina prospettica, si conserva perfettamente se l'occhio e la testa dell'osservatore, collocati nel centro di proiezione, si volgono in tutte le direzioni: a destra, a sinistra, in alto e in basso. Non è necessaria una osservazione monoculare, poiché la breve distanza tra le pupille (sei o sette centimetri) non comporta sensibili scarti nella collimazione suddetta. È infine possibile anche una traslazione commisurata alle dimensioni del quadro, talché il potere della prospettiva legittima di evocare lo spazio reale, così come sarà percepito dall'osservatore, non viene meno neppure quando l'immagine viene riguardata con poca attenzione al-

le problematiche della proiezione. Bisogna precisare che, nell'enunciare il suo postulato dell'immobilità dell'occhio, Panofsky non stabilisce ove l'occhio medesimo debba essere collocato rispetto all'immagine, cioè alla prospettiva, che sta osservando. A chiunque si occupi di questi problemi appare chiaro che si debba intendere nei pressi del centro di proiezione, e tuttavia non vi è cenno esplicito a questa collocazione. D'altronde perché dovrebbe stare immobile l'occhio se non per assumere una centratura forzata? Noi diciamo che l'occhio deve porsi in «veduta vincolata». Ma sia ben chiaro: questa posizione è necessaria solo per dimostrare la perfetta collimazione della prospettiva con lo spazio che rappresenta, non è affatto necessaria per dimostrare il potere della prospettiva di evocare il suddetto spazio, le sue proporzioni, le emozioni che suscita nello spettatore.

Si pone qui dunque la necessità di un distinguo: da un lato le considerazioni che attengono alla geometria e dall'altro quelle che attengono alla percezione. Entrambe possono essere sviluppate con metodo scientifico, ma con strumenti diversi: la teoria per le prime, la sperimentazione per le seconde.

Dicevamo che si può dare prova di queste affermazioni sia teorica che sperimentale. Cominciamo dalla prova teorica. Dato un insieme di distinti punti dello spazio  $P, Q$ , ecc. e un centro di proiezione  $O'$ , pure da essi distinto, per proiettare i suddetti punti dal centro si costruiscono le rette  $O'P, O'Q$ , ecc., che sono dette, appunto, *rette proiettanti*. L'insieme di queste rette costituisce la cosiddetta piramide visiva. La prospettiva dei punti  $P, Q$ , ecc. si ottiene sezionando la piramide con un piano (o una qualsiasi superficie)  $\pi'$ : i punti  $P', Q'$ , ecc., risultato di questa operazione, sono le immagini dei corrispondenti punti dello spazio. Ora, è evidente che, nella definizione operativa che abbiamo dato, la direzione dello sguardo non gioca alcun ruolo, semplicemente non interviene, ragion per cui un osservatore collocato in  $O'$  (o nei pressi di  $O$ ) vedrà i punti  $P', Q'$ , ecc. sovrapporsi ai punti  $P, Q$ , ecc.; vedrà, cioè, la prospettiva collimare con lo spazio che rappresenta e ciò indipendentemente dalla direzione dello sguardo.

Diamo ora la prova sperimentale. Ho co-

*persuasion on scientific precision. I refer, in particular, to:*

1) *the fact that "all perpendiculars or 'orthogonals' meet at the so-called vanishing-point" while it is true that, if a straight line is perpendicular to the picture plane, the parallel images and lines meet in the central vanishing point<sup>4</sup>;*

2) *the fact that "equal dimensions diminish progressively as they recede in space, so that any portion of the picture – assuming that the location of the eye is known – is calculable from the preceding or following portion" while it is true that the correct decline in apparent magnitude can be created without knowing the position of the eye at all, as we will demonstrate further on, and which, on the contrary, once said decline is constructed, then the position of the eye will become apparent<sup>5</sup>;*  
3) *the fact that perspective is built in this way "to guarantee a fully rational space" must assume that we look "with an immobile eye",<sup>6</sup> while instead perspective can be seen with both eyes and a person can freely move his eyes and his head within limits without losing the illusionary effect of the perspective – this too will be discussed in depth.*

*If we were discussing a mathematical dissertation, then what Panofsky calls "laws" would be postulates and would be used to infer other truths in the form of theorems in the framework of a logical deductive process. But we aren't. Instead, this analysis connects other axioms and leaves the reader the task of creating the links that would lead to a sound conclusion. Proof of this is the presumed immobility of the eye, conveniently compared to that of the spheroid shape of our field of vision without, however, explaining the relationship between them. We will also discuss this further later on. What we want to prove here is that Panofsky wrote as a man of letters and not as mathematician, and that he had a superficial understanding of the laws he wanted to be critiqued.*

*We should therefore examine the three issues, point by point.*

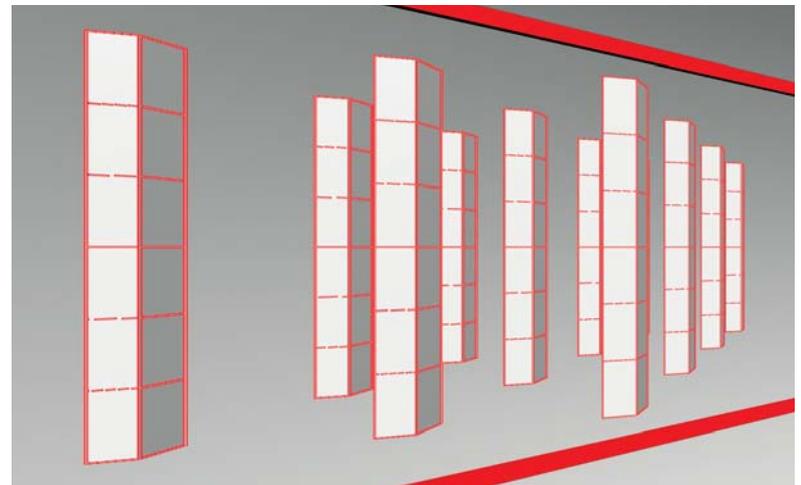
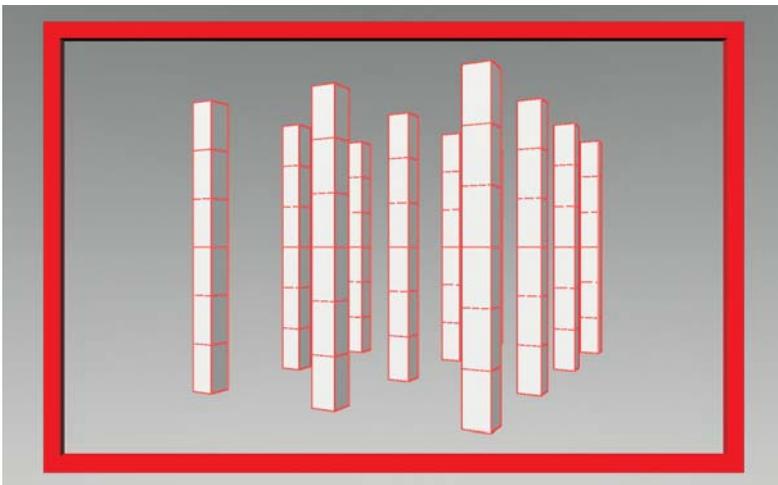
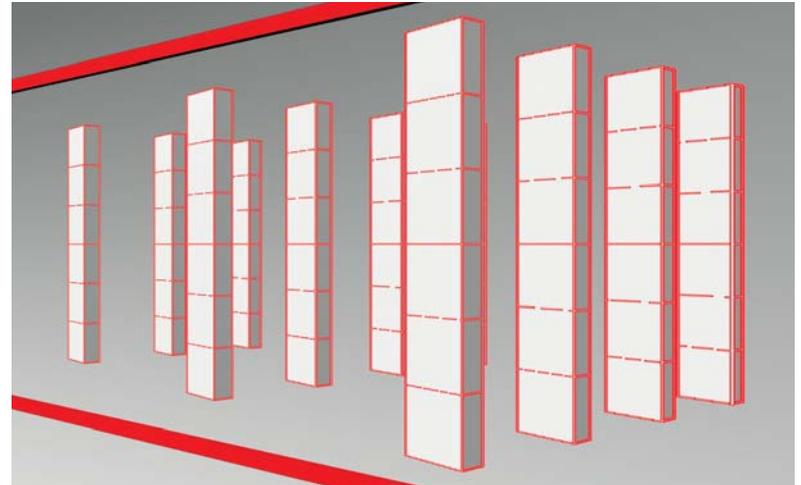
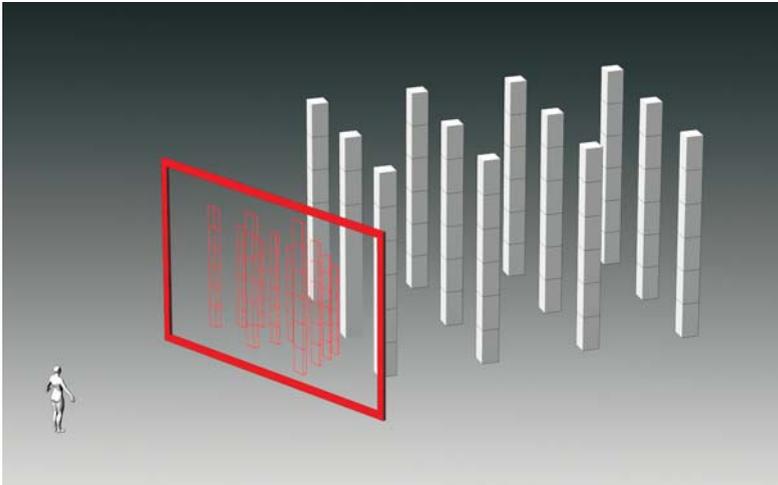
*Point n. 1 emphasises how easy it is to become confused up when discussing perspective: the confusion between reality and illusion, between things and their image, the image that*

1/ Modello utilizzato per la verifica sperimentale della collimazione tra spazio prospettico e spazio reale.  
*The model used for the experiment to verify collimation between perspectival and real space.*

2/ In veduta vincolata frontale i due spazi, prospettico e reale, collimano perfettamente.  
*The perspectival and real spaces in the fixed view collimate perfectly.*

3/ La collimazione è perfetta anche se si impone all'occhio una rotazione a sinistra.  
*Collimation is perfect even if the eye is turned slightly to the left.*

4/ Analoga collimazione si ottiene volgendo lo sguardo a destra.  
*Similar collimation is achieved by turning the eye to the right.*



struito un semplice modello che riproduce approssimativamente la schiera di pilastri disegnata da Guido Hauck e riprodotta nel testo di Panofsky alla figura 3. Servendomi di un modellatore informatico, ho generato la prospettiva di questi pilastri da un punto di osservazione generico  $O'$ , su un quadro  $\pi'$  che, per essere meglio visibile, è circondato da una cornice rossa (fig. 1). In questo modo noi siamo in grado di osservare la prospettiva (in rosso) e la schiera di pilastri (in nero) sovrapposti, siamo, cioè, in grado di verificare la collimazione della prospettiva e dello spazio reale (fig. 2). Ora possiamo imporre all'occhio una rotazione, nell'esempio pari a 45 gradi, prima verso sinistra (fig. 3), poi verso destra (fig. 4): come si vede la collimazione dei due spazi, quello bidimensionale dell'im-

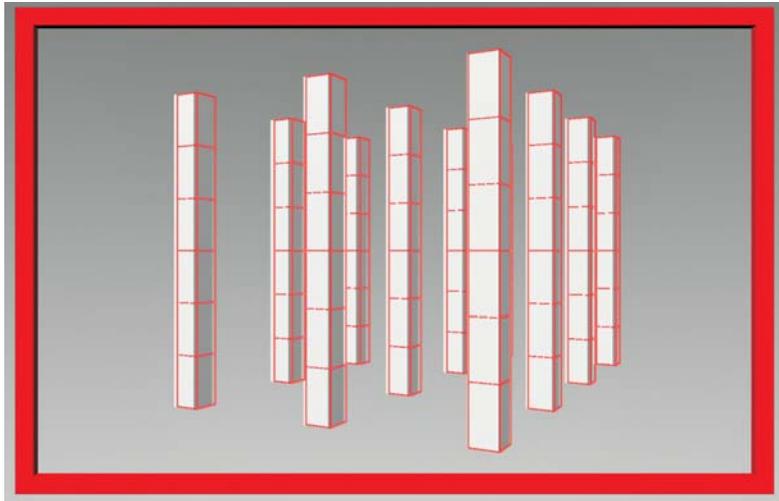
agine (in rosso) e quello tridimensionale (in nero) non viene meno. Può sembrare un po' sciocco utilizzare un esperimento per verificare un fatto assolutamente ovvio. Ma, in verità, questa faccenda della mobilità dell'occhio è sfuggente e perciò non è male portarla all'evidenza dei fatti. Inoltre il piccolo esperimento proposto ci permette di verificare in modo diretto, e senza ricorrere a una descrizione statistica, anche la possibilità di indurre alcune traslazioni dell'occhio senza che la collimazione dei due spazi, piano e tridimensionale, ne risenta in modo significativo e, con essa, ne risenta la capacità illusionistica della prospettiva.

Per esplorare l'effetto di queste traslazioni conviene commisurarne l'entità a una delle caratteristiche della macchina prospettica, che fun-

*conjures up the object itself. In strictly geometrical terms, this is the confusion between the geometric concepts of space, such as the line  $r$  and the point  $P$  and their projections  $r'$  and  $P'$  drawn on the plane  $\pi'$  from the centre  $O'$ . What Panofsky calls in inverted commas central perspective<sup>7</sup> is, in fact, the base of the perpendicular drawn from the point of view to the picture plane, normally called central vanishing point. And the orthogonal  $r$  lines he mentions (to the picture plane) are clearly parallel (otherwise they wouldn't all be "orthogonal") and cannot meet in the so-called central perspective where, instead, their  $r'$  images do meet. Is Panofsky a victim of the illusionary power he wants to challenge? Actually, I don't think so. Quite simply, I think he is unaccustomed to geometric dissertations*

5/ Una traslazione laterale dell'1% della distanza principale non provoca effetti tali da indebolire il potere illusorio della prospettiva.

*A lateral translation of 1% of the main distance does not weaken the illusory power in perspective.*

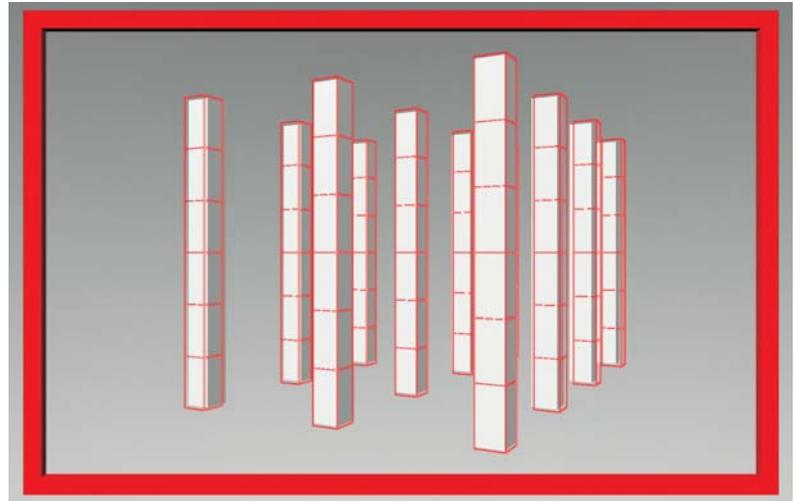


gerà perciò da modulo. Assumeremo come modulo della traslazione la distanza dell'occhio dal quadro, detta *distanza principale*. C'è una ragione in questa scelta, infatti, così facendo, l'entità della traslazione non risente della dimensione della prospettiva, che è tanto più grande quanto maggiore è la distanza principale<sup>7</sup>. Nel nostro esempio la distanza dell'occhio dal quadro è pari a circa 15 metri: imponendo una traslazione laterale sinistra dell'1% (pari a 15 cm) la parallasse è impercettibile negli oggetti più vicini e appena percepibile per quelli più lontani (fig. 5). Ciò dimostra che in queste condizioni, simili a quelle in cui si osserva in architettura uno sfondato prospettico, è possibile osservare la prospettiva con entrambi gli occhi, senza che venga meno una efficace collimazione tra lo spazio reale e lo spazio illusorio. Una traslazione in avanti, verso il quadro, ammette tolleranze ancora maggiori: il 5% (pari a 75 cm) porta ancora a risultati appena percepibili (fig. 6). È facile dimostrare che, in questo caso, lo spazio illusorio si contrae di una quantità pari all'avanzamento dell'osservatore; se questi avanza fino a toccare il quadro, lo spazio illusorio si contrae fino a mostrare la sua vera natura di spazio bidimensionale. In modo analogo una traslazione all'indietro comporta una espansione di pari misura dello spazio illusorio. Naturalmente è possibile perfezionare questo esperimento: basta costruire un modello dinamico interattivo, cioè un modello nel quale sia possibile esplorare questi comportamenti

della prospettiva in tempo reale e con movimenti fluidi. È la tecnologia dei videogiochi che ci offre questa opportunità e, benché non sia possibile mostrare il risultato sulle pagine di una rivista, ce ne serviremo tra poco, rinviando alla rete Internet la possibilità di esplorare interattivamente il modello. Alle considerazioni di carattere squisitamente geometrico e percettivo, che abbiamo riassunto nei tre punti suddetti, seguono, nel saggio di Panofsky, altre considerazioni di carattere più generale, per non dire di carattere filosofico. Qui l'autore contrappone lo spazio infinito, costante e omogeneo della scienza allo spazio psicofisiologico che non sarebbe né infinito né omogeneo. Ma Panofsky ignora, evidentemente, che altrimenti sarebbe negare la sua onestà intellettuale, che la prospettiva si può benissimo costruire senza toccare l'idea dell'infinito (perciò anche senza fare uso dei punti di fuga<sup>8</sup>). Appare inoltre del tutto gratuita la sua idea che l'infinito non sia percepibile, quando è proprio l'osservazione del cielo stellato, di un orizzonte lontano, dell'infinitamente piccolo, che ha formato nell'uomo questo concetto metafisico che è l'infinito (da non confondersi con l'incommensurabile o indeterminato che sussiste appunto nel mondo fisico percettivo e che è suggestivo del concetto matematico). Anche l'omogeneità dello spazio è al centro di un equivoco, se infatti è vero che lo spazio euclideo lo è (essendo al tempo stesso assolutamente finito), è pur vero che quando le costruzioni ideali della prospettiva scien-

6/ Una traslazione in avanti pari al 5% della distanza principale, ancora non produce effetti rilevanti.

*A forward translation of 5% of the main distance still doesn't produce noticeable effects.*



*and, energised by his passionate ideas; he lets himself go in unfamiliar territory, something that happened, and still happens, to many people (whoever is without sin throw the first stone).*

*Point n. 2 infers that there is a univocal relationship between the position of the eye (i.e. the real point of view) and the decline in apparent magnitude. Instead, the relationship is one-to-one. This means that a given position of the eye corresponds to a decline; the opposite is also true, i.e. that a given decline corresponds to a position of the eye.*

*We're not splitting hairs here. This concept has important consequences in the field of history of art. In fact, it means that it's possible to create an absolutely complete and accurate perspective without taking into account the position of the eye (or centre of projection). To tell the truth, this is what painters are interested in, i.e. how to arrange the image on the canvas or wall irrespective of the projective approach of perspective. This provides a new, convincing way of interpreting second style Roman encaustic paintings and perspective wall paintings in general. Andrea Casale gives ample proof of this possibility in his article on this issue.*

*Point n. 3 is the trickiest, given the ambiguity of the adjective immobile that Panofsky uses to describe the position of the eye when looking at a perspective. What does he mean by immobile? That the eye is not free to move or that it isn't even free to shift? Panofsky explains a little later*

tifica si concretizzano in linee e punti di intersezione, lo spazio non è più omogeneo perché diventa tanto più inafferrabile e vago quanto più sono lontani dall'osservatore gli oggetti della costruzione (si ha oggi in informatica un concetto analogo nella tecnica LOD – *view dependent Level of Detail*).

Il confronto tra lo spazio matematico e lo spazio psicofisiologico conduce Panofsky a quella che è forse la più rivoluzionaria, ma anche la più fallace, tra le sue affermazioni. Egli sostiene, infatti, che, a causa della conformazione dell'occhio e della retina in particolare, e ancora per il concomitante effetto dei movimenti dell'occhio, il nostro campo visivo ha «una forma sferoide». Ciò significa, sintetizzando, e di molto, le sue complesse argomentazioni, che, nonostante il ruolo giocato dal cervello nei processi percettivi, noi vediamo le linee rette come curve e che, per questa ragione, un artista sensibile è capace di modellare una linea curva in modo tale da farla apparire retta, il che spiegherebbe le «correzioni ottiche» teorizzate e praticate dagli antichi. Dunque la prospettiva legittima, incentrata com'è su una concezione matematica dello spazio, e priva (come sarebbe secondo Panofsky) del necessario dinamismo, produrrebbe una immagine distorta del mondo, leggibile infine con la mediazione di un codice geometrico, ma del tutto avulsa dalla visione naturale. Una prova di questa incapacità della prospettiva a rappresentare il mondo come noi lo percepiamo sarebbe già nelle cosiddette «aberrazioni marginali», cioè in quelle deformazioni che apparirebbero nelle zone periferiche dell'immagine prospettica.

Questo ragionamento di Panofsky assomiglia a una di quelle dimostrazioni geometriche che conducono a un risultato assurdo ma nelle quali è difficile scoprire l'errore, a meno che non se ne faccia una analisi molto accurata. Ebbene, cominciamo con il notare che la prima osservazione, sulla quale tutto il ragionamento è poi costruito, e cioè la curvatura del nostro campo visivo è del tutto arbitraria. Per poter accettare questa affermazione, noi dovremmo poter disporre di almeno un esperimento, convalidato dalle necessarie verifiche, nel quale si sia dimostrato che lo spazio psicofisiologico è curvo. Sembra invece che sia

esattamente il contrario. Gli psicologi della scuola transazionalista hanno dimostrato che nel fenomeno della visione il ruolo dominante è svolto dal cervello il quale interpreta le immagini che riceve, confrontandole con modelli mentali frutto dell'apprendimento, i quali riproducono la realtà per quella che è, normale, retta se retta, curva se curva. In altre parole, lo spazio psicofisiologico è fortunatamente molto più simile allo spazio matematico, di quanto non sia lo spazio curvo come lo intende Panofsky (il che nulla ha a che vedere con lo spazio relativistico, beninteso).

Pur essendo consapevole del fatto che la visione è un fenomeno soprattutto mentale, Panofsky trascura questo aspetto del problema e scrive che l'immagine retinica è curva «a prescindere dalla sua "interpretazione" psicologica». Ma le esperienze condotte da Ames con gli occhiali aniseiconici in visione, per di più, binoculare, hanno dimostrato che l'immagine retinica può essere alterata in modo anche assai grave, senza indurre modificazioni nella percezione dello spazio il quale, dato il tempo necessario all'apprendimento della nuova condizione, appare ancora «normale» e non distorto come vorrebbero gli occhiali<sup>9</sup>. Se ne deduce che la forma dell'immagine retinica ha ben poca importanza nel modellare la forma dello spazio psicofisiologico, quale che essa sia. Bisogna infine osservare che la prospettiva legittima, quando viene osservata, anche con due occhi, da una posizione prossima al centro di proiezione, produce una immagine retinica che è identica a quella prodotta dallo spazio reale che rappresenta e dunque, il nostro osservatore, seppur dotato di un campo visivo di forma sferoide, come vuole Panofsky, dovrebbe dichiararsi soddisfatto dello spazio che osserva come della sua simulazione prospettica. Ma su questo punto torneremo tra poco.

Veniamo ora, invece, alle «aberrazioni marginali», anche se non sarebbe questo il momento più opportuno, ma costretti dallo stesso Panofsky, il quale *qui*, appunto, colloca la discussione di questo problema che considera ancora conseguenza della curvatura della retina. Così facendo egli crea un cortocircuito nella logica delle sue deduzioni veramente esplosivo, poiché le cosiddette «aberrazioni marginali», che noi preferiamo chiamare deforma-

*on when he says that "we see not with a single fixed eye but with two constantly moving eyes, resulting in a spheroidal field of vision."<sup>8</sup> Well, this is Panofsky's idea: that legitimate or geometrically correct perspective faithfully reproduces represented space only if it is observed with one eye and we stare at a central vanishing point, i.e. our gaze is immobile.<sup>9</sup> Well, it's possible to theoretically and experimentally prove that all this is untrue. The collimation between real and illusory space created by perspective is flawlessly maintained if the person's eyes and head, located in the centre of projection, look or turn in any direction: right, left, up, down. It isn't necessarily a monocular observation, since the distance between the two pupils (six or seven centimetres) doesn't produce any noticeable differences in the collimation. Finally, we can use a translation proportional to the size of the picture plane, so that the ability of the legitimate perspective to conjure up real space, as seen by the observer, continues even when the image is reviewed without focusing in particular on the problems linked to projection. It should be said, however, that when Panofsky states his postulate on the immobility of the eye, he doesn't say where the eye has to be located compared to the image, i.e. to the perspective that the person is looking at. It's clear to people who understand these problems that he must mean near the centre of projection, yet he doesn't explicitly say so. And why would the eye have to be immobile if not to assume a mandatory central position? We say that the eye has to assume a "fixed view." Clearly though, this position is necessary only to demonstrate the perfect collimation of the perspective with the space it represents; it isn't at all necessary to demonstrate the power of perspective to conjure up this space, its proportions and the feelings it inspires in the viewer.*

*We should clarify that on the one hand, there are the considerations regarding geometry and, on the other the considerations regarding perception. Both can be studied scientifically, but with different tools: theory for the former, experimentation for the latter.*

*We said that it was possible to prove this statement theoretically and experimentally. Let's start with the theory. Given a group of*

zioni apparenti, non sono una conseguenza della curvatura della retina, ma solo la conseguenza di una dislocazione dell'osservatore rispetto al centro di proiezione. La retina, infatti, potrebbe avere qualsiasi forma e il problema sarebbe ancora e solo nella posizione dell'osservatore. Non solo, anche se disegnassimo la nostra prospettiva su un supporto sferico, eliminando così del tutto le «discrepanze» di cui parla Panofsky, ancora una dislocazione dell'osservatore produrrebbe aberrazioni marginali.

È sorprendente poi osservare come lo stesso Panofsky spieghi in nota<sup>10</sup> al lettore il ruolo che assume in questo problema la posizione assunta dall'osservatore, in contrasto con quanto ha appena affermato.

Riassumendo i termini del problema: le deformazioni sono apparenti perché scompaiono quando l'osservatore si colloca nei pressi del centro di proiezione, in questa condizione, infatti, lo spazio reale e lo spazio illusorio della prospettiva collimano. Viceversa, se l'angolo di campo coperto dalla prospettiva è molto ampio, come nelle fotografie riprese con un grandangolare, e l'osservatore è lontano dal centro di proiezione, le deformazioni fanno la loro inopinata apparizione. Ma che cosa ha a che fare la forma della retina con tutto ciò? Panofsky sostanzialmente denuncia la «discrepanza» tra le ampiezze degli archi che la retina sottende e la lunghezza dei segmenti che la prospettiva costruisce. Per essere più espliciti: a segmenti diseguali corrispondono archi eguali e viceversa. Ma tutto ciò è ambiguo: in primo luogo perché questo ragionamento presuppone che l'osservatore stia nel centro di proiezione, mentre lo stesso Panofsky ammette che in questa condizione non vi è più alcuna discrepanza, poi perché si dà per inteso che le modalità percettive di quelle ampiezze siano legate all'ampiezza delle zone della retina che sono sollecitate, e ciò è tutto da dimostrare, oltre che ingenuo (come se esistesse una relazione metrica tra lo spazio e i «pixel» della retina, cioè le sue terminazioni nervose). Infine: se sappiamo che le «aberrazioni» dipendono dalla posizione dell'osservatore, e Panofsky lo sa, allora forse è questo il punto da discutere e cioè, quanto sia vincolante questa condizione, o quanto in realtà

non lo sia, visto che nessun ammiratore di Piero della Francesca (per fare un esempio) si è mai posto il problema di quale sia il punto giusto per osservare i suoi dipinti e il problema si pone, semmai, solo per il caso eclatante e bizzarro delle anamorfose. Dunque il problema dovrebbe essere posto e discusso in modo del tutto diverso.

In tutto ciò, abbiamo volutamente tralasciato l'unica veridica ragione per la quale si potrebbe alludere a una «curvatura» dello spazio visivo e cioè i movimenti dell'occhio e, perché no?, della testa dell'osservatore.

Come abbiamo detto, dalla veduta vincolata lo spazio illusorio e quello reale appaiono perfettamente collimati. È naturale, perciò, che se io volgo lo sguardo a destra, vedo le immagini delle rette orizzontali parallele al quadro convergere in un punto sull'orizzonte. Se guardo invece innanzi a me, le immagini di queste rette appaiono parallele. Il passaggio tra l'una e l'altra immagine è continuo, come continuo è il movimento del mio sguardo<sup>11</sup>. Di conseguenza, nel movimento dello sguardo dal centro verso destra, le rette appaiono prima appena convergenti, poi convergenti in modo sempre più accentuato e ciò genera un effetto di curvatura, precisamente quell'effetto che la prospettiva curvilinea e gli obiettivi *fish eye* imitano, facendo convergere le immagini di queste rette sia a destra che a sinistra, per mezzo di una proiezione di tipo stereografico. Per simulare sperimentalmente questo effetto è però necessario un sistema che aggrandi la prospettiva in tempo reale. A ciò provvede un modello dinamico interattivo, che sfrutta il motore di un videogioco (www.rappresentazione.net). In questo modello (fig. 7), un peristilio di ordine toscano riprende, ampliandola, la celebre esperienza leonardesca della prospettiva di un colonnato. A circa un quarto della sua profondità, il peristilio è attraversato da un muro, sul quale è «dipinta» la parte restante del colonnato. In questo modo, un osservatore collocato in veduta vincolata, cioè nel punto di inizio del «gioco», vede il colonnato che chiamerò «reale», quello che lo circonda, e il colonnato illusorio, dipinto sul muro, perfettamente collimati. Egli può dunque volgere lo sguardo a destra e a sinistra, in alto e in basso, speri-

*separate points in space P, Q, etc., and a centre of projection O', also separate, in order to project these points from the centre we create straight lines O'P, O'Q, etc., called projection lines. Together these lines create the visual pyramid. The perspective of points P, Q, etc., is achieved by cutting the pyramid with a plane (or any other surface)  $\pi'$ : P', Q', etc., resulting from this operation, are the images of the corresponding points in space. It's clear that the direction a person is facing is not important in the definition we provided, it's simply unimportant. This is why a person standing at O' (or near O') will see points P', Q', etc., superimposed on points P, Q, etc.; in other words, he'll see the perspective collimated with the space it represents, whatever direction the person is facing.*

*Now I'll describe the experimental test. I built a simple model that roughly reproduces the hall of pillars drawn by Guido Hauck and reproduced in Panofsky's text in figure 3. Using a computer modeller, I created the perspective of the pillars from a generic point of observation O', on a plane  $\pi'$  which is set in a red frame (fig. 1) in order to make it more evident. This shows the superimposed perspective (in red) and row of pillars (in black); in other words, we can check the collimation of the perspective and real space (fig. 2). In the example, the eye is turned 45 degrees, first to the left (fig. 3) and then to the right (fig. 4). The collimation of the two spaces – the two-dimensional space of the image (in red) and the three-dimensional one (in black) – is still there. Perhaps it's silly to use an experiment to test something that's so obvious. But in fact this question of the eye's movements is awkward, so it's worth providing hard evidence. This little experiment also allows us to test, first-hand and without using statistics, whether it's possible to induce some translation in the eye without significantly affecting the collimation of the two spaces, on a plane or three-dimensional, and whether this affects the illusionary effect of the perspective.*

*To study the effects of these movements, the extent of the translation should adapt to one of the characteristics of perspective that will, therefore, act as a module. We will take as the module of the translation the distance of the*

7/ Modello utilizzato per la verifica sperimentale interattiva: in questo caso lo spazio illusorio, dipinto sulla parete, è messo a confronto con lo spazio reale di cui è l'ideale prolungamento, come accade spesso nelle quadrature.

*The model used in the interactive experiment: in this case, illusory space painted on the wall was compared to real space of which it is the ideal extension, as often occurs in quadrature.*

mentando quella apparente trasformazione della prospettiva alla quale ho fatto cenno. La prospettiva è obiettivamente costruita su un solo punto di fuga, ma, guardando da un lato, l'osservatore vedrà una prospettiva «accidentale», cioè con due punti di fuga; così come, guardando in alto o in basso, l'osservatore vedrà una prospettiva a quadro inclinato, cioè con tre punti fuga.

Ho detto che avrei chiamato il colonnato che circonda l'osservatore *reale*, ma in verità anche questo è illusorio. E anche in questo caso l'illusione è generata da una prospettiva, che il motore *real time* del gioco mantiene costantemente collimata con lo spazio virtuale, ma tridimensionale, del modello. Ciò comporta un drammatico effetto di partecipazione che non ha riscontro nella prospettiva convenzionale. In quest'ultima, infatti, l'osservatore non ha possibilità di scegliere il punto di osservazione. Anche se la prospettiva è dinamica (come accade in una animazione), l'osservatore non può scegliere il percorso, egli vede, in sostanza, con gli occhi di un altro, l'autore della prospettiva, che ha scelto per lui cosa vedere e come vederlo. Al contrario, nella prospettiva dinamica interattiva, l'osservatore è protagonista nella azione che lo immerge nello spazio. E io mi chiedo che cosa direbbe ancora Panofsky se vedesse questa nuova forma di prospettiva, che pure discende per linea diretta da quella legittima.

Riconosciuta, dunque, alla prospettiva, la dotte di due anime, quella scientifica e quella ar-

tistica, è facile accettare che gli architetti, il cui mestiere da sempre è commisto di arte e scienza, possano servirsi di ciascuna di queste due anime a loro piacimento: quella scientifica per un controllo severo della percezione visiva dello spazio e quella artistica per una comunicazione suggestiva, capace di trasmettere non solo i valori formali, ma anche e soprattutto le emozioni che questi valori sanno suscitare. E sembra strano, in verità, che gli artisti non si siano ancora appropriati della prospettiva dinamica interattiva, ma io credo che sia solo questione di tempo e presto potremo immergerci letteralmente in un quadro, anziché osservarlo appeso a un chiodo.

Il lettore avrà notato che io, fino a questo punto, non ho fatto cenno al noto saggio di Decio Gioseffi *Perspectiva Artificialis*<sup>12</sup>, che è la più ampia e convincente confutazione del lavoro di Panofsky. Di quella lettura, fatta molti anni or sono, mi resta il senso profondo ma non il dettaglio dei ragionamenti. Non si tratta di una dimenticanza, è una omissione voluta. Ho voluto, infatti, lavorare libero da suggestioni e anche semplificare il problema, guardando al lavoro di Panofsky con il solo strumento della geometria. Ho voluto altresì evitare di dover citare il pensiero di Gioseffi a ogni piè sospinto, intralciando così un discorso già di per sé assai faticoso. Ma tutto ciò non significa che io non riconosca a Gioseffi il pieno merito d'aver per primo, e sapientemente, mosso a Panofsky le critiche che era giusto e doveroso muovere.

*eye from the picture plane and call it the main distance. We chose to do this because the extent of the translation should not be affected by the size of the perspective which increases the greater the main distance.<sup>10</sup> In our example, the distance of the eye from the picture plane is approximately 15 metres: applying a left lateral translation of 1% (equal to 15 cm), the parallax is imperceptible in objects that are closer and barely perceptible in ones further away (fig. 5). This demonstrates that under these conditions, similar to the ones in which a illusory wall painting is observed in architecture, the perspective can be viewed with both eyes without a reduction in the collimation between real and illusory space. Forward movement towards the picture plane allows for greater tolerance: 5% (equal to 75 cm), but still provides barely noticeable results (fig. 6). It's easy to prove that in this case, the contraction of illusory space is equal to the distance the observer moves forward; if the observer can touch the picture plane, the illusory space will contract and show its true two-dimensional nature. Similarly, moving backwards induces an increase equal to that of the illusory space.*

*Obviously this experiment can be improved: all we have to do is to build an interactive dynamic model, i.e. a model we can use to explore the way perspective behaves in real time and with fluid movements. Video game technology provides us with this possibility and although we can't show the results in this article, we will use them further on, asking you to use the web to interactively explore the model.*

*In Panofsky's paper, the strictly geometric and perceptive considerations we have summarised in the three points above are followed by other more general, if not, philosophical considerations. The author compares infinite, unchanging and homogeneous space to psychophysiological space that isn't infinite or homogeneous. But obviously Panofsky ignores – because otherwise we would offend his intellectual honesty – that perspective can be correctly created without using the idea of infinity (so also without using vanishing points<sup>11</sup>). Furthermore, his idea that infinity is not perceptible is totally gratuitous when the*



8/ Encausto sulla parete esterna della casa di Augusto.  
*A wall paintings of the House of Augustus.*



### *Panofsky e la prospettiva degli antichi*

Tra gli effetti del saggio di Panofsky dobbiamo anche annoverare la controversa questione della origine della prospettiva. Intendo dire che, se da un lato il saggio ha messo in vivida luce questa questione, dall'altro non ha saputo dare risposte esaurienti, tant'è che essa viene ancora ampiamente discussa<sup>13</sup>.

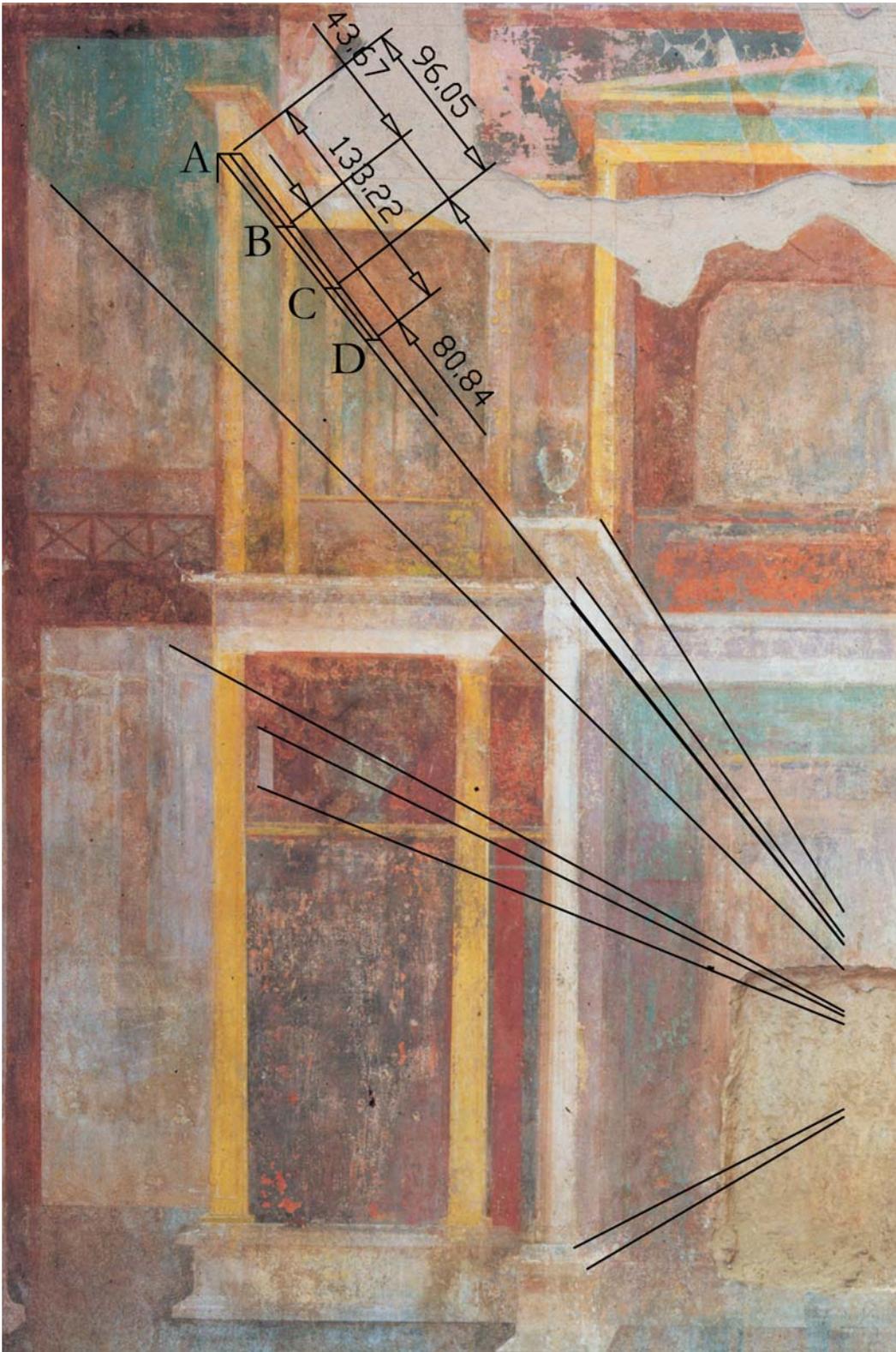
Perciò abbandonerò del tutto la mia analisi del testo di Panofsky (o meglio dei suoi aspetti scientifici) per soffermarmi solo su quest'ultima questione<sup>14</sup>.

L'ultimo argomento portato da Panofsky a detrimento della prospettiva legittima e a favo-

re di una concezione che possiamo dire «curvilinea» dello spazio è quello che riguarda i rapporti tra gli scorci che le grandezze lineari subiscono nella percezione umana dello spazio. Citando Euclide, il nostro afferma che «la differenza apparente tra due grandezze uguali viste da distanze disuguali è determinata non dal rapporto tra queste due distanze, bensì dal rapporto (la cui discrepanza è minore) degli angoli visivi corrispondenti». Ma il teorema di Euclide afferma semplicemente che lo scorcio di grandezze eguali e parallele non è proporzionale alle loro distanze (dall'occhio) e null'altro, non parla affatto degli angoli sot-

*observation of the night sky, of a distant horizon, of the infinitely small, is what inspired this metaphysical concept of infinity in man (a concept not to be confused with the incommensurable and the indeterminate that exists in the perceptive physical world and is behind the mathematical concept). The homogeneity of space is also at the centre of a misunderstanding. In fact, if it's true that Euclidean space is homogeneous (and at the same time absolutely finite), it's also true that when the ideal constructions of scientific perspective are concretised in lines and intersecting points, space is no longer homogeneous because it becomes increasingly elusive and vague the farther the object of the construction is from the observer (computer science uses a similar concept in LOD technique – view dependent Level of Detail). The comparison between mathematical and psychophysiological space leads Panofsky to what is perhaps his most revolutionary statement, yet also his most fallacious. In fact, he believes that our field of vision is "spheroidal in shape" thanks to the shape of the eye, especially the retina, and due to the concurrent effect of the eye movements. If we greatly simplify his complex arguments, this means that, despite the role played by the brain in perceptive processes, we see straight lines as curves and this is why a sensitive artist is capable of drawing a curved line to make it look straight: this would explain the "optical corrections" theorised and applied by the ancients. So legitimate perspective, focused as it is on the mathematical concept of space and lacking the required dynamism (according to Panofsky), produces a distorted picture of the world that can be interpreted only using a geometric code, completely alien to natural vision. Proof of this inability of perspective to represent the world as we see it is already found in the so-called "marginal aberrations", in other words, in the deformations that can appear at the edges of perspective images. Panofsky's argument resembles one of those geometric demonstrations that produce a ridiculous result, but makes it difficult to find the mistake unless the problem is studied in-depth. Let's start by saying that the first observation upon which he bases his entire*

9/ Un esempio delle misure del birapporto realizzate su uno degli encausti della casa di Augusto.  
 An example of the measurements of the cross-ratio on one of the wall paintings of the House of Augustus.



argument, i.e. the curvature of our field of vision, is completely arbitrary. To accept his theory, we would need at least one experiment, backed by the necessary tests, that proves psychophysiological space is curved. Apparently the opposite is true. Psychologists of the transactional school have shown that, with regard to vision, the brain plays a dominant role because it interprets the images it receives and compares them to mental models created through learning: these models reproduce reality as it is, normal, straight if straight, curved if curved. In other words, psychophysiological space is fortunately much more similar to mathematical space than Panofsky's idea of curved space (which naturally has nothing to do with relativistic space).

Well aware of the fact that vision is above all a mental phenomenon, Panofsky neglects this part of the problem and writes that the retinal image is curved "entirely apart from its subsequent psychological 'interpretation'."<sup>12</sup> However, the research carried out by Ames with aniseikonic glasses in, moreover, binocular vision, has shown that a retinal image can be altered quite radically without bringing on changes in the perception of space which, given the time needed to adjust to this new condition, still appears "normal" and not distorted as the glasses would imply.<sup>13</sup> This leads us to say that the retinal image is not very important when modelling any type of psychophysiological space.

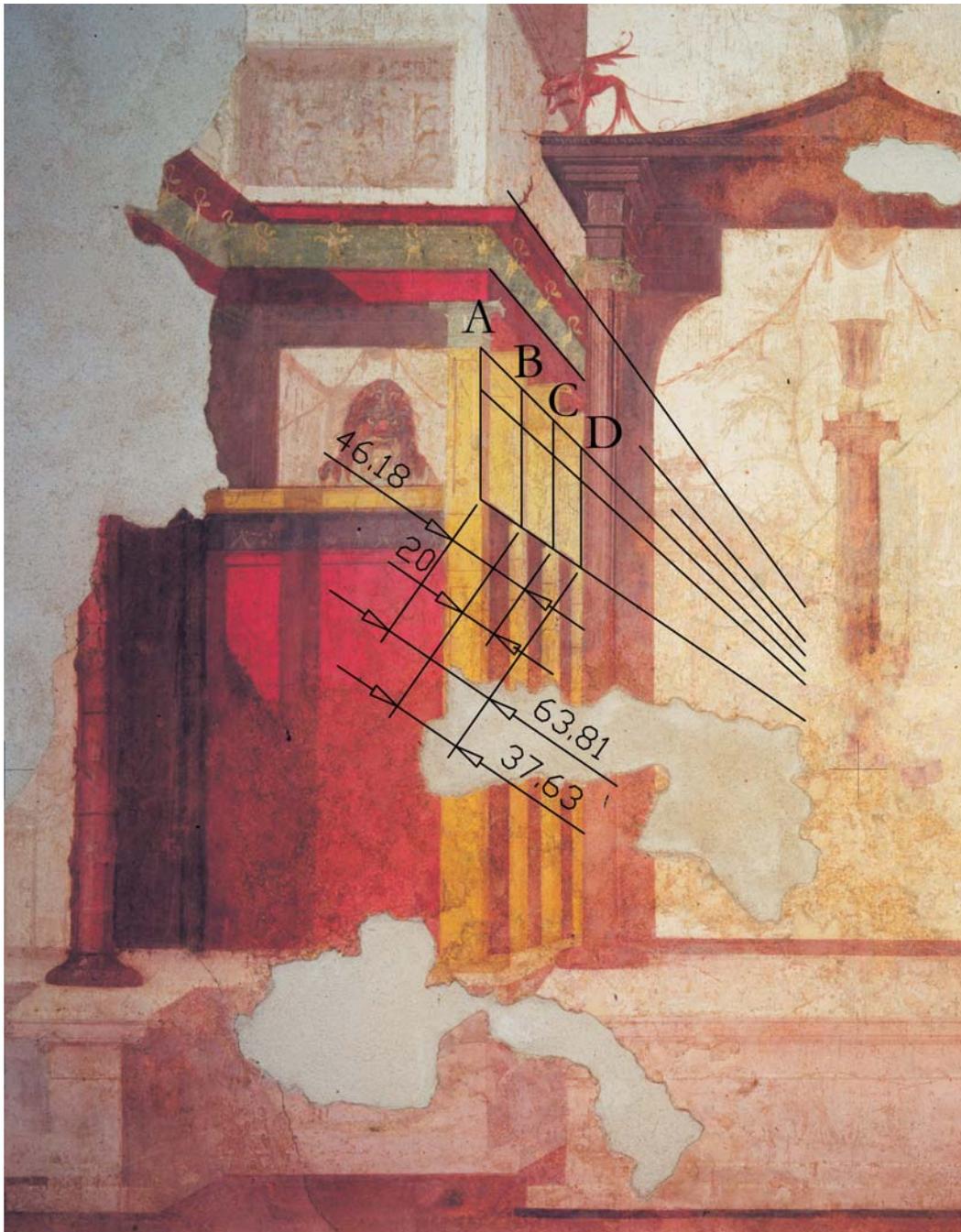
Finally, we should note that legitimate perspectives, when observed, even with two eyes, from a position close to the centre of projection, produce a retinal image identical to the one produced by the real space it represents and so the observer, even if he has a spheroidal field of vision, as stated by Panofsky, should be as satisfied with the viewed space as he is with its perspective simulation. We'll come back later to this point.

Instead, let's focus on the "marginal aberrations". Even if this isn't the most appropriate moment, we are forced to deal with it by Panofsky who inserts the debate on this problem at this point of his paper, because he considers it an effect of the curvature of the retina.

10/ Un esempio delle misure del birapporto realizzate su uno degli encausti della Sala delle Maschere.  
*An example of the measurements of the cross-ratio on one of the wall paintings in the Hall of Masks.*

tesi dalle grandezze nell'occhio di chi osserva e fa intervenire due settori circolari solo ai fini della dimostrazione, senza alcun riferimento alla visione e tanto meno alla curvatura della retina<sup>15</sup>. Se poi volessimo approfondire la questione con strumenti adeguati, dovremmo allora ricordare che l'unico rapporto degno di

considerazione nelle speculazioni che riguardano la visione, come la prospettiva, è il cosiddetto birapporto, cioè il rapporto dei rapporti semplici. Com'è noto, solo il birapporto è invariante e quindi può essere oggetto di misure costanti nelle varie condizioni della visione e della prospettiva; ma ciò che più è in-



*By doing so, he creates a truly explosive short circuit in his deductions, because the so-called "marginal aberrations" which we prefer to call apparent deformations are not produced by the curvature of the retina; but by a displacement of the observer vis-à-vis the centre of projection. In fact, the retina could be any shape and the problem would still – and only – involve the position of the observer.*

*Furthermore, even if we drew our perspective on a spherical support, completely eliminating the "discrepancies" mentioned by Panofsky, a dislocation of the observer would produce marginal aberrations.*

*It's surprising to see how Panofsky uses a footnote to explain the role played by the observer's position,<sup>14</sup> because this contrasts with the words that immediately precede it.*

*Let's summarise the problem: the deformations are apparent because they disappear when the observer is near the centre of projection. In fact, this means that the real and illusory space of the perspective coincide. Vice versa, deformations make their unwelcome entry if the visual angle covered by the perspective is very wide, like photos taken with a fish-eye lens, and the observer is dislocated. But what does the shape of the retina have to do with all this? In essence, Panofsky exposes the "discrepancy" between the arcs subtended by the retina and the length of the segments created by the perspective. To be more precise: unequal segments correspond to equal arcs and vice versa. But all this is ambiguous: in the first place because this argument requires the observer to be in the centre of projection, while even Panofsky admits that in this position there is no discrepancy, secondly because we accept that the perceptive mode of those widths is linked to the widths of the area of the retina that is involved, and this – apart from being naïve – still has to be demonstrated (as if there were a metric ratio between space and the "pixel" of the retina, i.e. its nerve endings). Finally, we know that the "aberrations" depend on the position of the observer, and Panofsky knows this too; so perhaps this is what we should discuss, i.e. how binding is this condition or how much it really isn't, given that no admirer of Piero della Francesca (for example) has ever asked himself where is the*

teressante è che esso è indipendente dalle grandezze considerate, lineari o angolari. In altre parole, se considero, ad esempio, quattro punti equidistanti e allineati (cioè posti su una retta), visti di scorcio, innanzi all'osservatore, posso affermare che il loro birapporto (che vale  $4/3$  se gli intervalli sono eguali) si mantiene costante quale che sia la proiezione effettuata e quale che sia la grandezza che io considero, vuoi la misura lineare delle immagini dei segmenti in una prospettiva piana, vuoi l'ampiezza degli angoli sottesi nell'occhio dalle medesime immagini, che poi sono gli stessi angoli sottesi dai segmenti reali, posti nello spazio.

Ora su questo punto vorrei soffermarmi perché è proprio il birapporto che ci permette di osservare come negli encausti pompeiani e romani, gli artisti dell'epoca si siano posti il problema di rendere lo scorcio prospettico in modo legittimo, ovvero rispondente a una concezione matematica dello spazio e non psicofisiologica, come Panofsky vorrebbe. Non affronterò invece la questione dei punti di fuga, almeno in questa sede, poiché vi sono molte possibili giustificazioni delle anomalie che a volte, ma non sempre, ricorrono nei cosiddetti encausti del secondo stile e perché una di queste spiegazioni, a mio avviso molto convincente, viene data da Andrea Casale nel saggio già citato.

Al fine di consentire a chiunque sia interessato all'argomento le necessarie verifiche, darò una descrizione accurata dell'esperimento, anche a costo di ripetere qualche ovvietà. Immaginiamo di avere diviso una retta, nello spazio, per mezzo di quattro punti ( $A, B, C, D$ ). Questi quattro punti potrebbero, ad esempio, definire i tre intervalli che separano quattro pilastri, ma individuano anche altri segmenti. Consideriamo dunque i quattro segmenti  $AC, BC, AD$  e  $BD$  e definiamo il loro birapporto come il rapporto  $(ABCD) = (AC/BC) / (AD/BD)$ . Se i punti sono equidistanti, gli intervalli sono eguali. Poniamo che siano eguali all'unità. I suddetti segmenti misurano allora:  $AC = 2; BC = 1; AD = 3; BD = 2$ .

Il birapporto, come sopra definito, vale allora:  $(ABCD) = (AC/BC) / (AD/BD) = (2/1) / (3/2) = 4/3$ .

Immaginiamo ora di costruire la prospettiva

legittima di questa retta e dei punti che le appartengono. Si dimostra che, quale che sia la posizione reciproca della retta, del centro di proiezione e del quadro, perciò quale che sia lo scorcio della retta, il birapporto dei punti ( $A', B', C', D'$ ) immagine di ( $A, B, C, D$ ), vale pur sempre  $4/3$ !

Ma (e ciò interessa i problemi sollevati da Panofsky) si dimostra anche che il birapporto degli angoli che i quattro punti sottendono in un qualsiasi punto esterno alla retta ha il medesimo valore. Non vi è, dunque, tra i rapporti lineari e i rapporti angolari, purché correttamente intesi, la «discrepanza» denunciata da Panofsky. Questa osservazione, però, ha un interesse che supera la critica alla *Prospettiva come forma simbolica*, poiché consente di misurare con quale accuratezza sia stato rappresentato lo scorcio prospettico «legittimo» in età romana.

Consideriamo, ad esempio, uno degli encausti della casa di Augusto, che raffigura un edificio dotato di logge al secondo livello. Nel loggiato si distinguono, sia a sinistra che a destra, cinque colonne che sostengono una trabeazione. Il soggetto si presta dunque assai bene alla verifica che desideriamo condurre. L'encausto è documentato per mezzo di una foto metrica, realizzata con la camera Wild P31. L'immagine misura circa nove centimetri alla base e dodici in altezza e la sua distorsione è inferiore al micron. Questa riproduzione sarà utilizzata senza preoccuparsi di un raddrizzamento, non perché si sia certi del parallelismo tra la pellicola e la parete dipinta, ma perché, come si è detto, il birapporto, che vogliamo misurare, non muta per effetto di una proiezione e dunque avrebbe il medesimo valore se pure la ripresa fosse eseguita con l'asse ottico fortemente inclinato.

Le colonne hanno un fusto cilindrico, ingentilito da una leggerissima entasi, e sembrano affatto prive di capitello. Per identificare quattro punti equidistanti con buona ripetibilità, possiamo considerare per prima cosa i due spigoli inferiori dell'architrave, che sono assai ben definiti (figg. 8, 9). Nella prospettiva sono presenti molti spigoli orizzontali e paralleli al quadro, che forniscono un valido riferimento. Conduciamo, ora, quattro rette parallele a tale riferimento orizzontale tangenti all'attacco delle colonne all'architrave e tagliamo queste ret-

*best place to look at his paintings; the problem arises, if at all, only for the striking, bizarre anamorphosis. So we should tackle the problem based on a completely different premise.*

*We have, however, purposely ignored the only real reason we could talk about "curvature" of visual space, i.e. movement of the eyes and, why not, movement of the observer's head.*

*As I've mentioned earlier, in the fixed view, illusory and real space appear to coincide perfectly. It's obvious that if I look right, I see the images of the horizontal lines parallel to the picture plane converge to a point on the horizon. The shift from one image to another is seamless, as seamless is the movement of my eyes.<sup>15</sup> Therefore, moving my eyes from the centre to the right, the lines first appear slightly convergent, then increasingly more convergent.*

*This creates a curvature effect, precisely the effect imitated by curvilinear perspective and fish eye lens, making the images on these lines converge to the right and to the left by using a stereographic projection. To experimentally simulate this effect we need a system that updates the perspective in real time. This can be done using an interactive dynamic model that exploits videogame engines*

*(www.rappresentazione.net). This model (fig. 7), a Tuscan order peristyle, uses Leonardo's approach to the perspective of a colonnade and takes it one step further. At about a quarter of its depth, the peristyle is crossed by a wall, on which the remaining part of the colonnade is "painted". So an observer standing in a fixed position, i.e. in the starting point of the*

*"game", sees a perfectly aligned image of what I call the real colonnade, the one around him, and the false colonnade, painted on the wall.*

*He can look left and right, up and down, experimenting the apparent transformation of the perspective I mentioned earlier. The perspective is objectively built on a single vanishing point, but looking to one side, the observer will see a tilted picture plane perspective, i.e. with three vanishing points.*

*I said I'd call the colonnade around the observer "real", but in fact this is also an illusion. Here too, the illusion is created by a perspective that the real time game engine keeps constantly aligned with the virtual but three-dimensional space of the model. This*

te con gli spigoli costruiti per primi. I punti medi di questi quattro segmenti  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  e  $D'$  sono evidentemente allineati e descrivono tre intervalli che l'artista ha immaginato eguali. È dunque possibile calcolare il birapporto. Le misure effettuate hanno restituito uno scarto medio dell'1,1% rispetto al valore teorico di  $4/3$ . Vorrei far notare che lo scorcio prospettico sul quale è stata condotta questa verifica del birapporto è assai tenue, come quello che si ottiene con una focale lunga. In queste condizioni è molto difficile, ma vorrei dire impossibile, ottenere in modo meramente intuitivo una scansione della profondità così accurata. Ho condotto una analoga verifica nella Sala delle Maschere (fig. 10), ottenendo, in questo caso, uno scarto medio del 3,8% rispetto al valore teorico di  $4/3$ .

Naturalmente è presto per trarre conclusioni. Ma se questo esperimento dovesse essere avvalorato da altre conferme, se ne dovrebbe dedurre che gli antichi conoscevano un metodo «legittimo», anche se non necessariamente proiettivo, per costruire in prospettiva l'immagine di intervalli eguali e lo praticavano con grande cura, ricercando nella concezione geometrica dello spazio quella forza di persuasione che Panofsky voleva invece affidare alle correzioni ottiche.

□ Riccardo Migliari – Dipartimento di Rilievo, analisi e disegno dell'ambiente e dell'architettura, Università degli Studi di Roma «la Sapienza»

1. Erwin Panofsky, *La prospettiva come «forma simbolica» e altri scritti*, Milano, 1973.

2. «... infatti si può con ragione affermare che gli errori, più o meno grandi, di prospettiva, anzi persino la completa assenza di qualsiasi costruzione prospettica, non hanno nulla a che fare con il valore artistico (così come la rigorosa osservazione delle leggi prospettiche non infirma necessariamente la «libertà» artistica)», Panofsky, *op. cit.*, p. 47.

3. Vedi M. Dalai, *La questione della prospettiva*, in E. Panofsky, *op. cit.*

4. Naturalmente la critica non è volta al termine *punto di vista* che, pur non essendo corretto, è però dallo stes-

so Panofsky individuato come il piede della perpendicolare condotta dall'occhio al quadro, ma alla confusione tra le rette oggettive e le loro immagini prospettiche. Questa «legge», inoltre, è vera solo se il quadro è perpendicolare alle cosiddette «ortogonali o linee di profondità», mentre decade se il quadro è verticale ma obliquo, oppure è inclinato. Nella definizione data non si fa cenno a questo limite. Si palesa subito dunque un contrasto, che resterà irrisolto, tra la pretesa razionalità del testo e le grossolane approssimazioni del linguaggio e delle costruzioni geometriche cui il medesimo linguaggio allude. Ma, alla fine, era proprio necessario premettere una così riduttiva definizione della prospettiva legittima?

5. Le rette punteggiate  $r$  e  $r'$  che sono, rispettivamente, ente oggettivo dello spazio e immagine di quello, in una prospettiva di centro  $O$ , sono legate da una relazione detta, appunto, *prospettività*. In questa relazione biunivoca, a ogni punto preso su una delle due punteggiate corrisponde un punto costruito sull'altra per mezzo di una operazione di proiezione e sezione dal centro  $O$ . Ed è questo il caso contemplato da Panofsky. Ma è pur vero che, date due rette punteggiate in corrispondenza prospettiva, è possibile costruire il centro  $O$  della prospettiva, come punto intersezione delle rette che appartengono a due coppie di punti corrispondenti. Più semplicemente, se immaginiamo di costruire una qualsiasi prospettiva legittima, ignorando la posizione dell'occhio nello spazio, ma conoscendo gli intervalli che sono rappresentati, potremo dedurre la posizione di  $O$  come tutti gli altri elementi che caratterizzano la prospettiva. È questo, appunto, il caso della fotogrammetria.

6. Nelle ultime pagine del suo saggio, Panofsky sostiene che la prospettiva, «ad opera di Desargues, si è trasformata in una geometria proiettiva generale, in quanto – sostituendo per la prima volta all'unilaterale cono visuale euclideo il plurilaterale fascio geometrico di raggi – astrae completamente dalla direzione dello sguardo e perciò dischiude uniformemente tutte le direzioni dello spazio». Qui Panofsky racchiude in poche righe una congerie di problemi. In primo luogo non è vero che Desargues abbia trasformato la prospettiva in una teoria generale di carattere proiettivo. Il modo di fare la prospettiva «*par petit pied*» (Bosse – Desargues 1648) è molto più simile a quello del primo Rinascimento che a quello dell'Ottocento. A Desargues si deve indubbiamente il concetto di punto improprio, «*but d'une ordonnance des droites*», e quello di retta impropria, «*but d'une ordonnance des plans*», nonché il celebre teorema dei triangoli omologici, ma la geometria proiettiva non nasce prima della scoperta delle proprietà invarianti, per opera di Poncelet nel primo Ottocento. Comunque, al di là di queste doverose precisazioni, non è lecito distinguere tra un cono visuale euclideo e un fascio geometrico di raggi – supponendo che Panofsky voglia dire stella e non fascio, visto che il fascio è nel piano. Non è lecito distinguere, perché non vi è differenza tra i due concetti se non linguistica. Per cono o piramide visiva

*involves a dramatic, participative effect absent in conventional perspective. In fact, the observer is unable to choose his point of view in the latter. Even if the perspective is dynamic (like an animation), the observer can't choose his path; in essence, he sees with the eyes of another person, the creator of the perspective who has chosen what he can see and how he sees it. On the contrary, in an interactive dynamic perspective, the observer is the protagonist of the action that puts him in the space. I wonder what Panofsky would have said if he had seen this new form of perspective, also a direct descendant of legitimate perspective.*

*Having acknowledged that perspective has two souls, one scientific the other artistic, it's easy to admit that architects, whose job has always been to combine art and science, can use either of these two souls as they please: the scientific one to closely monitor the visual perception of space, and the artistic one to communicate something striking, capable of transmitting not only formal values, but also and above all, the feelings inspired by these values. Actually, it's strange that artists still haven't adopted interactive dynamic perspective, but I think it's only a matter of time and very soon we will be able to literally plunge into a painting instead of just looking at it hanging on a nail.*

*The reader will have noticed that up to now I have not mentioned the famous essay by Decio Gioseffi, *Perspectiva Artificialis*,<sup>16</sup> the best and most convincing confutation of Panofsky's work. I read the essay many years ago and still remember its overall thrust but not the detailed analysis. I haven't forgotten, the omission is on purpose. In fact, I didn't want to be influenced; I wanted to simplify the problem and use only geometry to study Panofsky's work. I also wanted to avoid citing Gioseffi's work at every turn, since this would have hampered an already difficult subject. But this doesn't mean that I don't credit Gioseffi with being the first to skilfully criticise Panofsky – a critique that was right and proper.*

#### Panofsky and perspective in antiquity

*One of the side effects of Panofsky's work is, undoubtedly, the controversial question of the origins of perspective. What I mean is, if, on*

si intende, in realtà, una figura che poco ha a che fare con il cono o la piramide, che sono superfici. Il cono o piramide visiva è un insieme di rette proiettanti nello spazio, perciò una stella.

Quanto al fatto che la prospettiva di Desargues astrae dalla direzione dello sguardo, possiamo condividere questa affermazione, ma non quella implicitamente correlata e cioè che la prospettiva che precede, al contrario, non astragga dalla direzione dello sguardo e obblighi, invece, a fissare il punto principale. Non risulta, infatti, che questo vincolo sia mai stato esplicitato nella letteratura antica. D'altronde: ammettiamo per un momento che la prospettiva legittima sia stata fatta da un certo artista con l'intenzione di farla osservare a occhio immobile, mentre può essere osservata con occhio mobile, potrei io dedurre da questa prospettiva un limite da cui, di fatto, non è affetta? Potrei forse dire che la prospettiva legittima deforma gli oggetti e non è in grado di simulare la percezione dello spazio? No di certo. E allora non si comprende perché, conoscendo Panofsky la libertà di movimento dell'occhio nella prospettiva legittima, abbia voluto negarla nell'incipit del suo saggio.

7. Si tenga anche presente che la parallasse, cioè lo scarto della tra la collimazione dello spazio 2D del quadro con lo spazio 3D della realtà, varia con la distanza degli oggetti dal quadro stesso. Se questa distanza è nulla, la parallasse è nulla, quale che sia la traslazione dell'osservatore; se questa distanza è incommensurabile, la parallasse è uguale alla traslazione dell'osservatore se questa avviene sul piano anteriore.

8. Una volta che sia stabilito, come già ha stabilito Guidobaldo del Monte, che le immagini di rette parallele convergono nel punto in cui la parallela proiettante incontra il quadro, la prospettiva può essere costruita senza alcun bisogno di considerare lo spazio infinito. Al contrario, la considerazione dello spazio infinito, ha arricchito la prospettiva di una maggiore generalità, ma l'ha anche indotta a misurarsi con le difficoltà degli enti impropri. Il termine *improprio* denuncia da sé questa difficoltà, che oggi abbiamo in parte superato adottando la proprietà «direzione», in luogo del punto all'infinito e la proprietà «giacitura» in luogo della retta all'infinito. In ogni caso Panofsky attribuisce la costruzione di uno spazio «infinito» a una prospettiva, quella rinascimentale definita nell'incipit, che ignora del tutto il concetto di infinito. A questa prospettiva, tutta umana e terrena, senza spazi infiniti, si è tornati di recente con l'avvento dell'informatica. I computer non trattano grandezze infinite né, tanto meno, l'idea che ne consegue.

9. Vedi A. Ames, *Gli occhiali aniseiconici*, in F.P. Kilpatrick (a cura di), *La psicologia transazionale*, Milano, 1967.

10. Vedi E. Panofsky, *op. cit.*, nota 9.

11. Recenti studi riguardano proprio la percezione della continuità, con sorprendenti risultati: questa conti-

nuità, infatti, sarebbe costituita da una serie di immagini ferme, proprio come avviene nel cinema. Vedi F. Crick, C. Koch, *A framework for Consciousness*, Nature Neuroscience, 2003.

12. D. Gioseffi, *Perspectiva artificialis. Per la storia della prospettiva*. Spigolature e appunti, Trieste, 1957.

13. Vedi M. Scolari, *Il disegno obliquo, una storia dell'antiprospectiva*, Venezia, 2005.

14. Il presente lavoro si inquadra negli esiti, tutti parziali, ma progressivi, della ricerca sul quadraturismo che docenti del dipartimento RADAAR della «Sapienza» conducono da circa vent'anni a questa parte. Il seme, fecondissimo, di questa ricerca è uno scritto di Orseolo Fasolo, pubblicato postumo, il 10 Giugno del 1994, sulla rivista «XY. Le dimensioni del disegno». In questo scritto Fasolo, riprendendo un'idea del padre Vincenzo, proponeva di ricostruire come architetture reali quelle illusioni prospettiche che si legano, per soluzioni tecniche e caratteri stilistici, alla architettura delle sale che le ospitano nelle loro pareti affrescate. Negli anni, poi, questo studio è andato anche oltre i suoi primi intendimenti ed è diventato uno strumento di analisi delle conoscenze geometriche, teoriche e pratiche di artisti e artisti-scienziati, in un arco di tempo che va dal I secolo d.C. a tutto il Settecento. Molti sono gli studiosi che hanno dato il loro contributo a questa ricerca, alcuni esperti, come Laura De Carlo, Andrea Casale e Marco Fasolo, altri più giovani, come Alida Mazzoni, Daniele di Marzio, Silvia Pascarella e Laura Carlevaris. Una sintesi di questi studi si trova nel volume *La costruzione dell'architettura illusoria*, a cura di R. Migliari, «Strumenti del Dottorato di Ricerca», 1999.

A Laura Carlevaris e Laura De Carlo, in particolare, si deve la formulazione di inedite e illuminanti ipotesi in merito al tracciamento della prospettiva su pareti di imponenti dimensioni come sono quelle della sala Clementina in Vaticano. Questo studio è stato pubblicato nel «Bollettino Musei e Gallerie Pontificie», n. XXI, 2001 con il titolo: *Le prospettive della Sala Clementina nel Palazzo Apostolico Vaticano*.

Sempre la Carlevaris, nell'ambito del Dottorato di Ricerca, ha condotto, guidata da me e da Laura De Carlo, le prime misure relative alla accuratezza della degradazione delle grandezze apparenti nelle prospettive della Sala delle Maschere al Palatino, misure che trovano estensioni e conferme nel presente studio.

15. Vedi Euclide, *L'optique e la catoptrique, oeuvres traduites pour la première fois du grec en français avec une introduction et des notes par Paul Ver Eecke*, Paris, 1938.

*the one hand, the paper focused on the problem, on the other, it didn't provide exhaustive answers, so much so that it's still widely debated.*<sup>17</sup>

*So I'll stop discussing my analysis of Panofsky's text (or perhaps I should say of the scientific aspects) and focus on this last question.*<sup>18</sup>

*The final argument used by Panofsky to the detriment of legitimate perspective and in favour of what we could call a "curvilinear" idea of space is the ratio between the foreshortening that linear magnitudes undergo when a human being perceives them in space. Citing Euclid, the author states that "the apparent difference between two equal magnitudes perceived from unequal distances is determined not by the ratio between these two distances, but by the far less discrepant ratio of the angles of vision". But Euclid's theorem simply states that the foreshortening of equal and parallel magnitudes unequally distant from the eye is not seen proportionally to the distances (from the eye): he says nothing else, he doesn't mention the angles created by magnitudes in the observer's eye and he only introduces two circular sectors for demonstration purposes, without any reference whatsoever to vision and much less to the curvature of the retina.*<sup>19</sup> *If we wanted to study the matter further with more appropriate tools, we would have to remember that the only ratio worthy of note in conjectures on vision, such as perspective, is the so-called anharmonic ratio, the ratio of simple ratios. It's well known that the anharmonic ratio is invariant and can therefore be continually measured during different visual and perspective conditions, but what's more interesting is that it is separate from the magnitudes considered, be they linear or angular. In other words, if I take, for example, four equidistant and aligned points (i.e. on a straight line), seen foreshortened, in front of the observer, I can say that their anharmonic ratio (of 4/3 if the intervals are equal) is constant whatever the projection and whatever the magnitude I consider, be it the linear measurement of the images of segments in a plane perspective, or the magnitude of the angles subtended by the eye in the same images, the latter being the same angles subtended by the real segments in space.*

I'd like to discuss this point because it's the anharmonic ratio that shows us how in the encaustic paintings in Pompeii and Rome the artists tackled the problem of legitimately drawing perspective foreshortening, i.e. corresponding to a mathematical and not psychophysiological concept of space, as stated by Panofsky. I won't discuss the question of vanishing points, at least in this article, because there are many possible justifications for these anomalies which sometimes, but not always, can be found in second style encaustic paintings and also because one of these explanations – which I believe is very convincing – is provided by Andrea Casale in the article I mentioned earlier.

In order for anyone interested to be able to test this experiment for themselves, I'll give an accurate description of the procedure, even if this means repeating a few obvious facts. Let's start by dividing a straight line, in space, using four points (A, B, C, D). These four points could, for example, determine the three intervals between four columns, but also other segments. Let's consider the four segments AC, BC, AD and BD and define their anharmonic ratio as a ratio  $(ABCD) = (AC/BC) / (AD/BD)$ . If the points are equidistant, the intervals are equal. Let's theorise that they are equal to the whole. The segments will therefore measure: AC = 2; BC = 1; AD = 3; BD = 2.

The anharmonic ratio, as defined above, will therefore be:  $(ABCD) = (AC/BC) / (AD/BD) = (2/1) / (3/2) = 4/3$ .

Now let's create the legitimate perspective of this straight line and its points. We can prove that, whatever the reciprocal position of the straight line, the centre of projection and the picture plane, therefore whatever the foreshortening of the straight line, the anharmonic ratio of the points (A', B', C', D') image of (A, B, C, D), is always 4/3! However (and this touches on the problems posed by Panofsky), we can also show that the anharmonic ratio of the angles that the four points subtend in any point outside the straight line, has the same value. So the "discrepancy" denounced by Panofsky doesn't exist between the linear ratios and the angular ratios, as long as they are accurately described.

This observation, however, is interesting despite the critique of Perspective as Symbolic Form, because it allows us to measure how accurately "legitimate" perspective foreshortening was used during the Roman period.

Let's take one of the encaustic paintings in the House of Augustus portraying a building with a second floor loggia. To the left and right of the loggia, five columns support a trabeation. This is an excellent test sample. The encaustic painting is documented by a metric photo taken with a Wild P31 camera. The image is twelve centimetres high and measures approximately nine centimetres at the base: distortion is less than a micron. We will use this reproduction without rectifying it, not because we are certain of how parallel the film is to the painted wall, but because, as mentioned earlier, the anharmonic ratio we want to measure isn't affected by projection and so it would have the same value even if the photo was taken with a very tilted optic axis. The columns have a cylindrical shaft, softened by a slight entasis and seem to have no capital at all. To identify four equidistant points that can be easily repeated, we can start by considering the two lower edges of the architrave that are very well defined (figs. 8, 9). In the perspective, the numerous horizontal edges parallel to the picture plane provide a good reference point. Now let's run four parallel lines to this horizontal reference point tangent to where the columns meet the architrave and let's cut these lines with the first edges. The mean points of these four segments A', B', C' and D' are obviously aligned and describe the interval that the artist imagined to be equal. It is possible to calculate the cross ratio. Measurements have given an average difference of 1.1% compared to the theoretical value of 4/3.

I would like to point out that the perspective foreshortening used to carry out this test on the anharmonic ratio is quite slight, similar to that of a long focal lens. These conditions make it very difficult, if not impossible, to obtain such an accurate depth by simple guesswork. I carried out a similar test in the Hall of Masks (fig. 10) and obtained in this case an average difference of 3.8% compared to the theoretical value of 4/3.

Obviously it's too soon to draw conclusions. But if this experiment is confirmed by other tests, we could assume that the ancients knew about the "legitimate," if not necessarily projective, method to create the image of equal intervals in perspective. And they exercised their knowledge with care, finding in the geometric conception of space that persuasive force that instead Panofsky wished to entrust to optical corrections.

1. Erwin Panofsky, *Perspective as Symbolic Form*, New York, Zone Books, 1991.

2. "...for one might with justice point out that the relative imperfection, indeed the total absence, of a perspectival construction, has nothing to do with artistic value (just as conversely, the strict observance of perspectival laws need in no wise encroach upon artistic 'freedom')." E. Panofsky, op. cit., p. 40.

3. See M. Dalai, The question of perspective, in E. Panofsky, op. cit.

4. E. Panofsky, op. cit., p. 28. Obviously, the criticism is not against the term "central perspective" which, even if incorrect, is considered by Panofsky as the base of the perpendicular from the eye to the painting, but against the confusion between the straight lines and their perspective images. Furthermore, this "law" is true only if the painting is perpendicular to the so-called "orthogonals or lines of depth", it isn't applicable when the painting is vertical but oblique, or tilted. The definition doesn't mention this. So there is a disagreement, that will remain unsolved, between the purported rationale of the text and the rough approximations of the style and geometric constructions to which the style refers. In the end, was it really necessary to premise such a reductive definition of legitimate perspective?

5. E. Panofsky, op. cit., p. 28. The dotted straight lines  $r$  and  $r'$  that are, respectively, objective concepts of space and an image of space, in a perspective with a centre O, are bound by a relationship called, precisely, perspectivity. In this one-to-one relationship, each point on one of the two dotted lines corresponds to a point created on the other through projection and section from the centre O. This is the case examined by Panofsky. But it is true that, given two lines in perspective correspondence, it's possible to create the centre O of the perceptivity as an intersecting point of the lines that belong to the two pairs of corresponding points. In short, if we create any type of legitimate perspective, ignoring the position of the eye in space, but with the represented intervals, we can deduce the position of O as well as of all the other characteristic elements of the perspective.

6. E. Panofsky, op. cit., pgs. 28, 29.

7. E. Panofsky, op. cit., p. 29.

8. E. Panofsky, op. cit., p. 31.

9. Towards the end of his paper, Panofsky states that perspective, “when in the hands of Desargues, it became a general projective geometry. This happened when perspective, replacing for the first time the simple Euclidean ‘visual cone’ with the universal ‘geometrical beam’ abstracted itself completely from the line of sight and thus opened up all spatial directions equally.” Here Panofsky groups a set of problems in a few lines. In the first place, it’s not true that Desargues turned perspective into a general projective theory. Perspective “par petit pied” (Bosse – Desargues 1648) is more similar to the one used in the early Renaissance than to the one used in the nineteenth century. Desargues undoubtedly invented the concept of improper point, “but d’une ordonnance des droites”, and improper straight line, “but d’une ordonnance des plans”, as well as the famous theorem of homological triangles, but projective geometry did not exist before the discovery of invariant properties by Poncelet in the early nineteenth century. However, apart from these necessary clarifications, we shouldn’t distinguish between a visual Euclidean cone and a geometrical beam – supposing that Panofsky wanted to say star and not beam, given that the beam is in the plane. We shouldn’t distinguish because the only difference between the two concepts is linguistic. In fact, a visual cone or pyramid is a figure that has little to do with a cone or a pyramid because they’re surfaces. A visual cone or pyramid is a group of projecting straight lines in space, so a star.

Concerning the fact that Desargues’ perspective distracts attention from the direction the person is looking in, we agree with this statement, but not with the implicit one, i.e. that the preceding perspective, on the contrary, doesn’t distract from the direction the person is looking in and instead forces him to look at the main point. In fact, this point doesn’t seem to have been explained in ancient literature. On the other hand: let’s accept for a moment that legitimate perspective was achieved by an artist who intended it to be looked at by a person standing still, while it can be seen by a person in movement. Does this perspective allow me to understand the limit which, in fact, it doesn’t have? Could I say perhaps that legitimate perspective deforms objects and isn’t capable of simulating the perception of space? No I couldn’t. So you understand why, if Panofsky permits the eye to move freely in legitimate perspective, he decided to deny it in the incipit of his paper.

10. Remember that parallax, i.e. the difference between the collimation of the 2D space of the painting and real 3D space varies according to how far the objects are from the painting. If this distance is equal to zero, parallax is zero whatever the translation of the observer; if this distance is immeasurable, parallax is

equal to the translation of the observer if this takes place on the front plane.

11. Once we have established (as in fact Guidobaldo del Monte has established) that the images of parallel lines converge on a point in which the projecting parallel meets the painting, perspective can be created without having to consider infinite space. On the contrary, considering infinite space has given greater generality to perspective, but it has also forced it to take into account the difficulties of improper concepts. The term improper explains this difficulty which we have partially overcome by adopting the word “direction” instead of the infinite point and the word “position” instead of the infinite straight line. In any case, Panofsky attributes the construction of an “infinite” space to perspective, the Renaissance perspective defined in the incipit, that totally ignores the concept of infinity. This very human and earthly perspective, without infinite spaces, has been revived recently with the advent of computer science. Computers don’t think about infinite magnitudes, much less the concept it involves.

12. E. Panofsky, op. cit., p. 31.

13. See A. Ames, Gli occhiali aniseiconici, in F.P. Kilpatrick (edited by), La psicologia transazionale, Milan, 1967.

14. E. Panofsky, op. cit., note 9.

15. Recent studies focus precisely on the perception of continuity and produce amazing results: in fact this continuity is apparently made up of a series of still images, like in films. See F. Crick, C. Koch, A framework for Consciousness, Nature Neuroscience, 2003.

16. D. Gioseffi, Perspectiva artificialis. Per la storia della prospettiva. Spigolature e appunti, Trieste, 1957.

17. See M. Scolari, Il disegno obliquo, una storia dell’antiprospectiva, Venice, 2005.

18. This article reports the partial, but progressive results of a study on perspective wall painting that the teachers of the RADAAR department of Rome University “La Sapienza” have been conducting for the past twenty years or so. The extremely fertile seed planted is this research is an article written by Orseolo Fasolo and published posthumously on June 10, 1994 in the magazine “XY. Le dimensioni del disegno”. In his article, Fasolo picks up on the idea of his father Vincenzo who proposed to rebuild as real architectures the perspective illusions that with their technical solutions and style are associated with the architecture of the rooms in which these wall paintings are present. Over the years, the study has gone beyond its initial goals to become an analysis of the practical, theoretical and geometric knowledge of artists and artist/scientists over a

period that runs from the first century A.D. to the end of the eighteenth century. Many scholars have contributed to the study: some are experts – Laura De Carlo, Andrea Casale and Marco Fasolo, other youngsters – Alida Mazzoni, Daniele di Marzio, Silvia Pascarella and Laura Carlevaris. A summary of these studies has been published in the book, La Costruzione dell’architettura illusoria, edited by R. Migliari, “Strumenti del Dottorato di Ricerca”, 1999.

Laura Carlevaris and Laura De Carlo, in particular, have formulated unusual and original hypotheses on the way in which perspective was painted on big walls, such as those in the Sala Clementina in the Vatican. This study, entitled, Le prospettive della Sala Clementina nel Palazzo Apostolico Vaticano, was published in the “Bollettino Musei e Gallerie Pontificie”, n. XXI, 2001. Under the joint supervision of Laura De Carlo and Riccardo Migliari, as part of her Research Doctorate, Laura Carlevaris carried out the first measurements regarding the accuracy of the decline in apparent magnitudes of the perspectives of the Hall of Masks on the Palatine Hill

19. See Euclid, L’optique e la catoptrique, oeuvres traduites pour la première fois du grec en français avec une introduction et des notes par Paul Ver Eecke, Paris, 1938.

Andrea Casale

## La non prospettiva vitruviana

Siamo stati educati a ritenere le proiezioni ortogonali, l'assonometria e la prospettiva come i mezzi fondamentali della progettazione architettonica e che questi modelli geometrici siano stati da sempre gli strumenti del mestiere dell'architetto. Per suffragare questa convinzione sono stati scomodati testi e trattati di architettura che risalgono a tempi remotissimi, quasi a voler dimostrare una continuità che potesse identificare le attuali modalità progettuali con quelle degli antichi. È evidente che il progresso si appoggia sempre sulla storia passata e che l'architetto di oggi è figlio degli architetti che lo hanno preceduto, ma è altrettanto evidente che le modalità costruttive e formali di adesso sono alquanto diverse da quelle del passato e, quindi, anche l'uso degli strumenti grafici con cui queste modalità si esprimono può essere diverso dal passato e soprattutto dal passato remoto con cui questo testo si vuole confrontare.

Nel secondo capitolo del primo libro dei dieci che formano il *De Architectura* di Vitruvio (I secolo a.C.), dal titolo *I principi fondamentali dell'architettura*, leggiamo: «la *dispositio* consiste nella appropriata collocazione delle cose e nella scelta dell'effetto dell'opera, nel comporle rispetto alle qualità. Le forme della *dispositio* – che in greco si dicono idee – sono queste: *ichnographia*, *orthographia* e *scaenographia*. La *ichnographia*, consiste nell'uso conveniente del compasso e della riga, con cui si rappresentano le cose come *impronta*. L'*orthographia* consiste nella rappresentazione della facciata e nel disegno proporzionato alle misure del futuro edificio. La *scaenographia* è il disegno d'insieme della facciata e dei fianchi che si allontanano in cui tutte le linee rispondono all'asta fissa del compasso»<sup>1</sup>.

In questo scritto alcuni storici e teorici della geometria descrittiva hanno giustamente ravvisato un collegamento molto stretto tra i moderni metodi di rappresentazione grafica dell'architettura e quelli in uso secoli prima dell'avvento di Cristo. Tale scritto, a mio avviso, è stato recentemente interpretato forse in maniera troppo modernista, associando alle parole concetti che non potevano appartenere al modo di pensare degli antichi. Trovare infatti nella *scaenographia* un legame con la moderna prospettiva mi sembra una forzatura eccessiva

e non dimostrata da alcuna prova grafica, né testimoniata dal trattato di Vitruvio, né da altri trattati contemporanei o successivi. La prima contraddizione può essere vista proprio nello scritto di Vitruvio che, descrivendo i metodi di rappresentazione, li fa appartenere alla *dispositio* e si sofferma a spiegare «*quae graece dicuntur ιδεαι*» (che in greco si dicono idee) distinguendo con questa frase tra metodi astratti oggettivi e sistemi soggettivi. La prospettiva può essere intesa come un metodo astratto, oggettivo, *ideale* di rappresentazione? Cosa intende Vitruvio per *scaenographia*?

Più avanti nel suo *De Architectura*, nella prefazione al settimo libro, Vitruvio racconta della scena decorata da Agatârco in Atene (V secolo a.C.) e, nel quinto capitolo dello stesso libro, si sofferma sulla decorazione delle pareti e delle scene teatrali facendo riferimento all'opera di Apaturio di Alabanda, alle scene da lui dipinte per un piccolo teatro chiamato *Aclesiasterion*, raccontando come fossero state da tutti lodate.

Da quanto scritto da Vitruvio nel primo e nel settimo libro sembra si possa scorgere una differenza tra due modi di descrivere l'architettura d'insieme, uno ideale, oggettivo, usato dagli architetti, e uno percettivo, decorativo, usato dagli artisti; due metodi comunque raccolti sotto lo stesso nome di *scaenographia*.

Bisognerebbe allora intendere con *scaenographia* non solo un metodo di rappresentazione ma più metodi capaci di descrivere più facce della medesima architettura: un metodo oggettivo, *ideale*, usato dagli architetti per descrivere le architetture, la *scaenographia architettonica*; un metodo soggettivo, legato a una specifica visione, usato dagli artisti per decorare le pareti delle case e le scene dei teatri, la *scaenographia pittorica*.

Non dobbiamo stupirci che lo stesso nome sia stato usato per chiamare due diversi metodi di proiezione. Sir William Farisch nella prima metà dell'Ottocento propone con il nome di *isometrical perspective* (prospettiva isometrica) proprio quel metodo che attualmente chiamiamo *assonometria ortogonale*<sup>2</sup>. Ora, che il titolo sia stato scelto per sottolineare le caratteristiche percettive del metodo o che sia il risultato di un già riunito concetto della geometria descrittiva, successivamente de-

### Vitruvian non perspective

*We have been taught that orthogonal projection, axonometry and perspective were the building blocks of architectural design and that these geometric models have always been the tools of our profession. In support of this belief we have exploited architectural texts and treatises written in the mists of time, as if to prove continuity between past and present design methods. Obviously progress always depends on yesterday's history, and today's architects are the offspring of architects from previous generations; but it is also obvious that our formal building methods are quite different from those of the past. Consequently, the use of graphic tools used to portray these methods can be different, especially from those used in antiquity. These are the methods I will examine here today.*

*The second chapter of the first of the ten books of Vitruvius' On Architecture, (1<sup>st</sup> century B.C.), entitled Architectural Principles, recites "Dispositio, however, is the fit assemblage of details, and, arising from this assemblage, the elegant effect of the work and its dimensions, along with a certain quality or character. The kinds of the dispositio (which in Greek are called idea) are these: ichnographia (plan); orthographia (elevation); scaenographia (perspective). Ichnographia (plan) demands the competent use of compass and rule; by these plans are laid out upon the sites provided. Orthographia (elevation), however, is the vertical image of the front, and a figure slightly tinted to show the lines of the future work. Scaenographia (perspective) also is the shading of the front and the retreating sides, and the correspondence of all lines to the vanishing point, which is the centre of a circle".<sup>1</sup>*

*In this text, some historians and theorists of descriptive geometry quite rightly believe that there is a very close link between modern graphic representation methods of architecture and those used centuries before the birth of Christ. I believe that there has recently been an overly modernist interpretation of this text: these words have been coupled with concepts that couldn't have been part of the reasoning of the ancients. In fact, linking scaenographia*

1/ Due ipotesi di costruzione assonometrica che rispettano quanto scritto nel primo dei dieci libri che compongono il *De architectura* di Vitruvio: «*circinique centrum omnium linearum responsus*» cioè «in cui tutte le linee rispondono all'asta fissa del compasso».

*Two possible axonometric projections based on the text in the first of the ten books of Vitruvius' On Architecture: "circinique centrum omnium linearum responsus", i.e. "and the correspondence of all lines to the vanishing point, which is the centre of a circle."*

2/ Particolare di un dipinto che si trova nella Villa di Fannio Sinistore a Boscoreale, 30 a.C.  
*Detail of a painting in the Villa of Publius Fannius Synistor in Boscoreale, 30 B.C.*

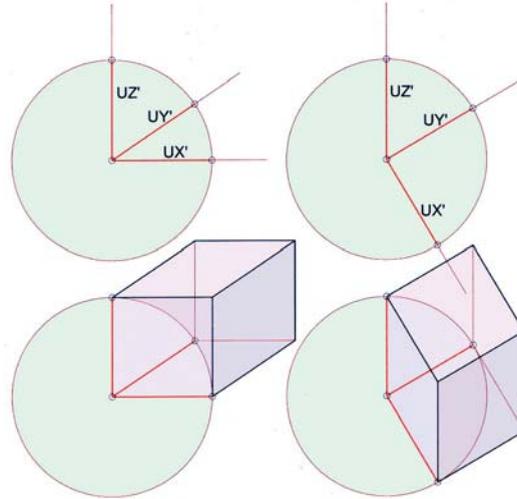
3/ Particolare di un mosaico che si trova nella Villa Adriana di Tivoli, presso Roma, II secolo a.C.  
*Detail of a mosaic in Hadrian's Villa in Tivoli, near Rome, 2nd century B.C.*

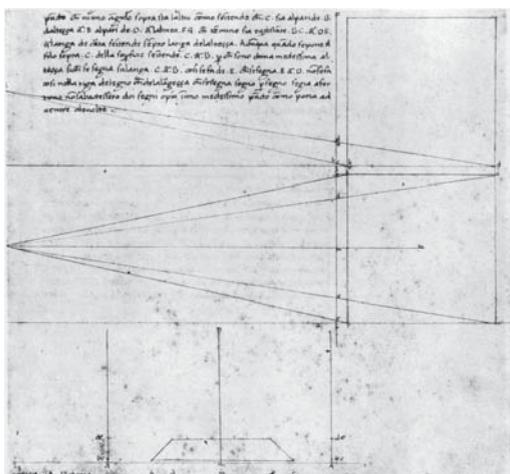
scritto da Wilhelm Fiedler<sup>3</sup> (seconda metà dell'Ottocento), mi sembra arduo giudicare. Ritornando a Vitruvio, quali potevano essere le differenze tra questi due tipi di rappresentazione raccolti sotto il comune termine di *scaenographia* e capaci di descrivere più facce della medesima architettura?

La frase che compare nel primo libro: «*ad circinique centrum omnium linearum responsus*» (in cui tutte le linee rispondono all'asta fissa del compasso) sembra essere la descrizione di una assonometria obliqua monometrica in cui il centro della circonferenza è il punto comune ai tre assi che hanno l'ugual misura unitaria definita dal raggio della circonferenza che li racchiude (fig. 1). Probabilmente si tratta di un'assonometria cavaliera monometrica in cui due dei tre assi sono perpendicolari e su cui è semplice riportare le misure invariate di ogni parte dell'architettura; una rappresentazione, quindi, capace di far apprezzare i volumi, gli oggetti, la forma che il progettista studia e propone al fine di approdare a un'ordinatio e a una symmetria delle parti prese singolarmente e nella proporzione dell'opera tutta (figg. 2, 3). Ecco la *scaenographia architectonica*.

Come non esistono testimonianze grafiche dell'uso architettonico dell'*ichnographia* e dell'*orthographia*, proposte nel testo vitruviano, fatta eccezione per la *Forma urbis Romae* realizzata sotto Settimio Severo tra il 203 e il 211 d.C., così non esistono rappresentazioni del metodo qui chiamato *scaenographia architectonica* se non in alcuni dipinti che possiamo rintracciare per esempio nella villa di Fannio Sinistre a Boscoreale (30 a.C.) (fig. 2) o in alcuni particolari decorativi come il mosaico delle colombe proveniente da Villa Adriana di Tivoli datato II secolo a.C. (fig. 3).

Gli storici, in generale, hanno voluto vedere nel *circini centrum* vitruviano i presupposti della prospettiva: il *centrum* come la proiezione del punto di vista, o meglio come la fuga delle rette ortogonali al quadro; non si sono soffermati, tuttavia, sul significato di *circini*, non potendo e non volendo interpretare questo termine come il nostro *cerchio di distanza*, ovvero come quel cerchio che descrive tramite il suo raggio la distanza dell'osservatore dal quadro. Questa interpretazione presuppone





la conoscenza nel mondo antico di concetti fondamentali della moderna proiettiva, conoscenza che non ritengo ci fosse. I concetti rinascimentali di *piramide visiva*, definita dalle rette condotte dal centro di proiezione agli spigoli dell'oggetto, e di *immagine*, come *sezione* della *piramide* con il quadro (fig. 4), non credo, appartenessero alla cultura degli artisti e dei pittori prima del Quattrocento, né mi risulta esserci alcuna testimonianza che avalli tale ipotesi.

Anche se nel secondo postulato del primo libro, Euclide scrive che «una retta terminata si possa prolungare continuamente in linea retta», in tutto il suo trattato la linea è sempre un segmento limitato da due punti, mentre la rappresentazione di rette parallele come concorrenti in un medesimo punto non solo implica il concetto di retta infinita ma porta immediatamente a supporre la possibilità di descrivere sul foglio il punto all'infinito comune a rette parallele.

Ma allora, quale poteva essere la *scaenographia pittorica*, quella usata dagli artisti per decorare le pareti delle case e le scene dei teatri? Probabilmente doveva essere un metodo capace di rappresentare gli oggetti scorciati a secondo della loro posizione spaziale, un metodo che assomiglia percettivamente all'attuale prospettiva.

Vitruvio, nella già citata prefazione al settimo libro, racconta che Agatarcho in Atene creò una decorazione di scena in cui «una volta fissato un luogo determinato, le linee del disegno devono corrispondere secondo una ragione na-

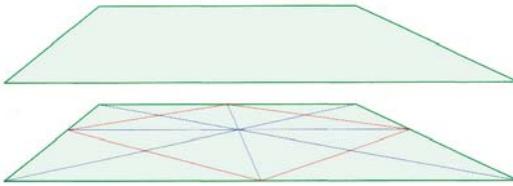
turale allo sguardo dello spettatore e all'estensione dei raggi»<sup>4</sup>; anche Lucrezio, nel quarto libro del *De rerum natura*, scrive «Quando si osserva un portico nella sua intera lunghezza, sembra un conoide, che nella sua *vetta oscura* lega l'uno all'altro il tetto e il suolo, il fianco destro e il sinistro»<sup>5</sup>.

Questi due testi sono ritenuti da molti storici dimostrazione della conoscenza nel mondo antico dei principi dell'attuale prospettiva. Tuttavia, se è possibile riconoscere in questi scritti l'allineamento in un punto delle rette perpendicolari al quadro e la convergenza di rette nell'immagine della «vetta oscura» e se questo sembra spiegare un modo per tracciare sulla superficie pittorica alcune particolari rette, ciò non risolve assolutamente il problema di tracciare le rette parallele al quadro, governare lo scorcio che le grandezze lineari subiscono nella rappresentazione e quindi nella percezione umana; in altre parole se era possibile intuire l'immagine degli architravi perpendicolari alla superficie pittorica, come era possibile individuare la posizione delle colonne che li sorreggono? Eppure, come ha dimostrato Riccardo Migliari nell'articolo pubblicato in queste stesse pagine, la distribuzione delle colonne e degli elementi verticali scorciati delle architetture rappresentate è corretta. Mentre nell'attuale prospettiva lo scorcio delle grandezze lineari è soddisfatta dall'uso dei *punti di misura*, cioè i punti di fuga di rette capaci di misurare sul piano di quadro la reale lunghezza dei segmenti rappresentati, nella prospettiva rinascimentale la misura dello scorcio era risolta dall'intersezione della piramide visiva con il quadro individuata attraverso l'appropriato uso delle proiezioni ortogonali. Lo scorcio prospettico del segmento è un problema proiettivo che non viene proposto in nessun testo che appartenga a epoche precedenti al Rinascimento.

In un'opera di Euclide successiva agli *Elementi*, l'*Ottica*<sup>6</sup>, vi sono alcune «definizioni» e «proposizioni» che possono illuminarci sul tipo di prospettiva conosciuta nel periodo ellenistico. Leggiamo nella IV Definizione: «Le cose viste sotto angoli più grandi appaiono più grandi, quelle viste sotto angoli più piccoli più piccole, e uguali, quelle viste sotto angoli uguali», nella Proposizione 5: «Grandezze

with modern perspective is a little extreme; there is no graphic proof in support of this theory, neither in Vitruvius' text nor in other contemporary or later treatises. The first inconsistency is apparent in the text itself: when Vitruvius describes the representation methods, he places them under the *dispositio* and explains "quae graecae dicuntur ιδεαι" (which in Greek are called *idea*).<sup>2</sup> distinguishing between objective abstract methods and subjective systems. Can perspective be considered as an abstract, objective, ideal method of representation? What does Vitruvius mean by *scaenographia*? Further on in his *On Architecture*, in the preface to seventh book, Vitruvius describes the stage decorated by Agatharchus in Athens (5<sup>th</sup> century B.C.) and, in the fifth chapter of the same book, gives a detailed description of the wall paintings and stage sets, referring to the work of Apatrurius of Alabanda, to the scenery he painted for a tiny theatre called *ecclesiasterion*, which "charmed the eyes of all."<sup>3</sup> The way Vitruvius describes general architecture in the first and seventh books seems to be slightly different: architects are ideal and objective and artists are perceptive and decorative. Both approaches are listed under the heading *scaenographia*. So *scaenographia* seems to indicate not just one representation method, but several methods that describe different aspects of architecture: architectural *scaenographia*, an objective, ideal method used by architects to describe architecture, and pictorial *scaenographia*, a subjective method related to a specific image used by artists to decorate the walls of homes and stage sets. We shouldn't be surprised that he used the same word to describe two different methods of projection. In the first half of the 19<sup>th</sup> century, Sir William Farisch used the term isometrical perspective to describe the method we currently call orthogonal axonometric projection.<sup>4</sup> I find it hard to tell whether the term was used to emphasise the method's perceptive characteristics or whether it is based on the reunified concept of descriptive geometry later described by Wilhelm Fiedler<sup>5</sup> in the second half of the 19<sup>th</sup> century. Returning to Vitruvius, what are the differences between these two types of

5/ Il quadrato deformato prospetticamente (descrizione grafica di quanto indicato nell'*Ottica* da Euclide) e costruzione delle principali geometrie. *The perspectively distorted square (graphic description of the indications in Euclid's Optics) and construction of the main geometrical figures.*



uguali poste a distanze diverse appaiono diverse, e più grande sempre quella che sta più vicino all'occhio», nella Proposizione 6: «Segmenti paralleli tra gli intervalli uguali visti da lontano appaiono a distanza ineguale», nella Proposizione 10: «Tra i piani che giacciono sotto l'occhio quelli lontani appaiono più in alto» e, infine, nella Proposizione 12: «Tra i segmenti che si estendono davanti, quelli di destra sembrano deviare verso sinistra, quelli a sinistra verso destra».

Se proviamo graficamente ad applicare questa Definizione e queste Proposizioni avremo la rappresentazione di un quadrato appoggiato per terra in cui il lato più lontano è più alto e più piccolo rispetto al lato più vicino all'osservatore e ancora avremo una deviazione dei lati perpendicolari tale che quello posto a destra devia verso sinistra e quello di sinistra devia verso destra.

Le geometrie proprie del quadrato, anche se deformate, rimangono inalterate e quindi le due diagonali individuano il punto dove passa l'immagine dell'asse parallelo ai due lati che

6/ Costruzione del cubo «scorciato», considerando la riduzione dei lati più lontani paralleli al quadro. Prolungando i lati verdi «scorciati» (ortogonali al quadro) si dimostra come queste rette concorrano tutte in un punto. *Construction of the "foreshortened" cube, considering the reduction of the furthest sides parallel to the picture plane. Prolonging the green "foreshortened" sides (orthogonal to the picture plane) shows how these straight lines all meet at a point.*

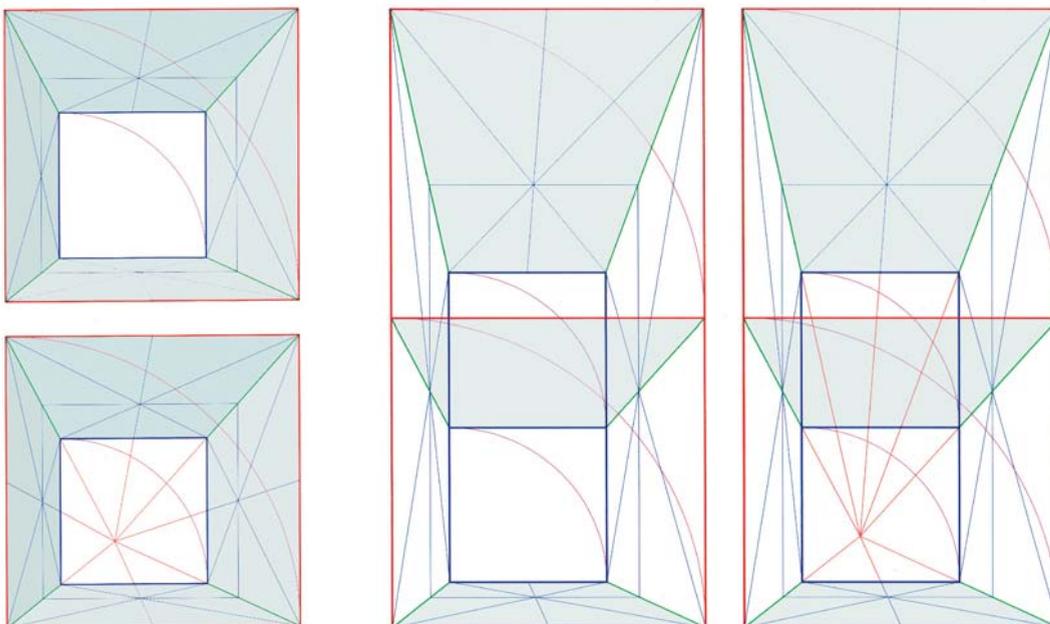
rimangono paralleli nella rappresentazione e ancora l'altro asse divide in due parti uguali i due lati passando per lo stesso punto determinato dalla intersezione delle diagonali e questo vale sotto qualsiasi scorcio sia visto il quadrato (fig. 5).

Come si vede, la costruzione del quadrato scorciato non è legata alla individuazione del punto di concorso, del punto di vista, del punto di fuga e delle rette perpendicolari al quadro, è il risultato di una rappresentazione di ciò che viene semplicemente osservato nell'esperienza percettiva. Abbiamo l'immagine di un quadrato «messo in scena», usando il termine quattrocentesco, *degradato*.

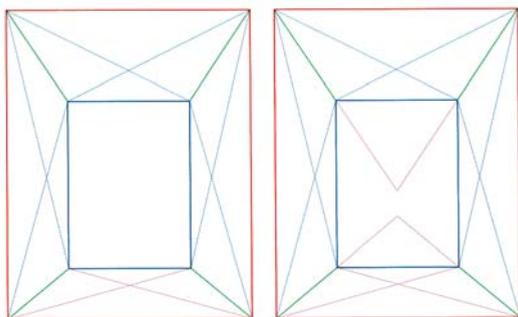
Applichiamo quanto detto alla costruzione di un cubo: la faccia frontale più vicina è un quadrato di lato pari al lato più lungo, la faccia più lontana è un quadrato di lato pari al segmento più corto parallelo al primo, le facce laterali sono scorciate e descritte dalle congiungenti i vertici dei due quadrati costruiti (fig. 6). Abbiamo l'immagine di un cubo *scorciato*, un'immagine che non è stata costruita considerando la convergenza delle rette ortogonali ma la riduzione di quelle parallele al quadro. La *scaenographia pittorica*, cioè la prospettiva, che ne risulta è corretta; esiste nello spazio un cubo (meglio, infiniti cubi) che visto da un osservatore posto in una determinata posizione

7/ Costruzione di un parallelepipedo definito da due cubi sovrapposti mediante la stessa procedura applicata al cubo. Anche qui prolungando i lati verdi «scorciati» (ortogonali al quadro) si dimostra come queste rette concorrano tutte in un punto. *Construction of a parallelepiped with two superimposed cubes using the same procedure used for the cube. Here too, the green "foreshortened" sides (orthogonal to the picture plane) show how these straight lines all meet at a point.*

*representation grouped under the common term scaenographia and capable of describing several aspects of the same architecture? The sentence in the first book: "ad circinique centrum omnium linearum responsus" (the correspondence of all lines to the vanishing point, which is the centre of a circle) seems to describe a monometric oblique axonometric projection in which the centre of the circumference is the point common to the three axes that have the same length defined by the radius of their circumference (fig. 1). Probably this is a monometric isometric axonometry in which two of the three axes are perpendicular and on which it is easy to carry the unvaried measurements of each part of the architecture; a representation that highlights the volumes, projecting parts, the shape that the designer draws and proposes to reach an ordinatio and a symmetry of each single part and the proportion of the entire work (figs. 2, 3). This is the architectural scaenographia. There are no graphic examples of the architectural use of the ichnographia and orthographia proposed by Vitruvius – except for the Forma urbis Romae built under Septimius Severus between 203 and 211 A.D. Similarly, there are no representations of the method called architectural scaenographia, except in a few paintings in the Villa of Publius Fannius Synistor in Boscoreale (30 B.C.) (fig. 2) or in some decorative details like the mosaic of the doves in Hadrian's Villa in Tivoli (2<sup>nd</sup> century B.C.) (fig. 3). Generally speaking, historians have wanted to consider Vitruvius' circini centrum as being the basis for perspective: the centrum as the projection of the vanishing point, i.e. of the vanishing point of the lines orthogonal to the picture plane. However, they didn't reflect on the meaning of circini, unable or unwilling to interpret this term as our circle of distance, i.e. the circle whose radius establishes the distance of the observer from the picture plane. This would mean that the ancients knew about fundamental concepts of modern projective geometry, which I don't believe they did. I don't think that the Renaissance concepts of visual pyramid, defined by the lines from the centre of projection to the corners of the objects, and of image, as a section of the*



8/ Se si costruisce la prospettiva di un parallelepipedo non legandola a quella del cubo, quando di prolungano i lati verdi «scorciati» (ortogonali al quadro) si osserva che queste rette non concorrono tutte nel medesimo punto. *If one draws the perspective of a parallelepiped without linking it to the perspective of the cube, when the "foreshortened" green sides are prolonged (orthogonal to the picture plane) it's possible to see that these lines do not all meet in the same point.*



ammette questa immagine come prospettiva. Che ciò sia corretto è facilmente verificabile applicando il moderno concetto di convergenza delle rette ortogonali al quadro (fig. 6). Se estendiamo questo procedimento alla rappresentazione di un parallelepipedo, costruendolo come due cubi sovrapposti, di nuovo l'immagine che ne ricaviamo è corretta (fig. 7). Allora come è possibile la distribuzione dei punti di convergenza lungo una retta spesso riscontrata nelle immagini di architetture proposte dagli antichi?

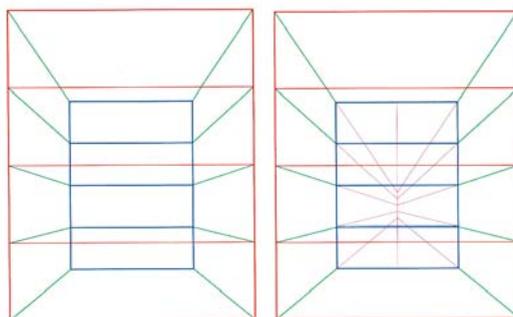
Proviamo a ricostruire la prospettiva del parallelepipedo, ma questa volta non leghiamola alla costruzione del cubo, cioè scegliamo arbitrariamente il rettangolo in primo piano e altrettanto arbitrariamente il rettangolo in secondo piano (fig. 8). Anche in questo caso le facce scorciate sono definite congiungendo i vertici dei due rettangoli (ogni faccia segue la stessa logica della prospettiva del quadrato) e l'immagine che ne ricaviamo è convincente, *sembra* essere la rappresentazione di un parallelepipedo. Tuttavia, se facciamo la prova del nove, cioè prolunghiamo le rette per individuare il loro punto di concorso, scopriamo che questi sono due; ciò significa che la prospettiva è sbagliata, non è la prospettiva di un parallelepipedo (fig. 8).

Ma questa prova, l'individuazione del punto di concorso, che secondo la prospettiva rinascimentale deve essere unico, è lecita? Il punto di concorso esiste nella costruzione degli antichi?

In ogni caso, dov'è l'errore? Come mai nel parallelepipedo formato da due cubi sovrapposti tutto funzionava e ora l'immagine è sbagliata? Il rettangolo della faccia in primo piano e quello della faccia in secondo piano non sono nella stessa proporzione, c'è una piccola dif-

9/ Costruzione di quadrati determinati dividendo in parti uguali i due rettangoli, in primo e secondo piano.

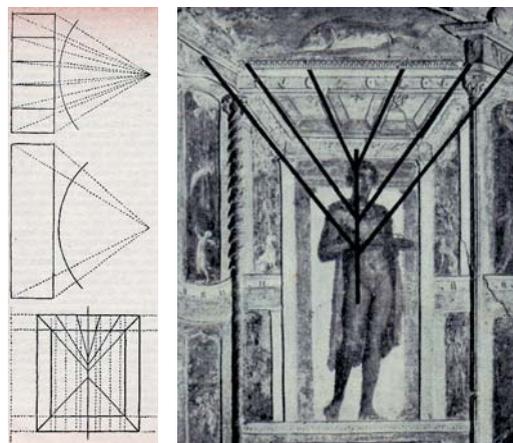
Il prolungamento dei lati dimostra come la distribuzione di punti di convergenza avvenga lungo una linea a «spina di pesce». *Construction of squares created by dividing the two rectangles into equal parts, in the forefront and background. Prolonging the sides shows how the distribution of the points of convergence takes place along a "herring-bone" line.*



ferenza che l'artista ha proposto per rispettare certe proporzioni scelte non in funzione della correttezza proiettiva ma per equilibrare la composizione bidimensionale dell'opera, un equilibrio a priori non proiettivo ma geometrico proporzionale tra le parti che appaiono sulla superficie.

Consideriamo un'immagine proiettivamente sbagliata del parallelepipedo, come nel caso precedente, ma percettivamente corretta nella composizione figurativa e dividiamo in parti uguali le altezze sia degli spigoli verticali, che coincidono con il piano del quadro, che di quelli scorciati (fig. 9). I quadrati che ne derivano sono corretti ma l'immagine nel suo insieme non è corretta, le fughe si distribuiscono lungo una retta a formare una *spina di pesce*, proprio come aveva riscontrato da Panofsky<sup>7</sup> (figg. 10, 11).

C'è una volontà di proiezione su di una superficie curva oppure è solo la divisione in parti uguali degli spigoli verticali del parallelepipedo? Quando ammiriamo gli sfondati prospettici, le prospettive che arricchivano le case patrizie romane o decoravano le ville di



10/ Costruzione di un interno rettangolare secondo la *prospettiva angolare* degli antichi (da: E. Panofsky, *op. cit.*). *Construction of an internal rectangle according to the angular perspective of the ancients, in E. Panofsky, op. cit.*

11/ Frammento di pittura murale che si trova nella Villa di Fannio Sinistore a Boscoreale, 30 a.C.

(da: E. Panofsky, *op. cit.*). *Fragment of a wall painting in the Villa of Publius Fannius Synistor in Boscoreale, 30 B.C., in E. Panofsky, op. cit.*

pyramid with the picture plane (fig. 4) were part of the expertise of artists and painters before the 15<sup>th</sup> century, nor have I found anything to support this theory.

Even if in the second postulate of the first book, Euclid wrote "to produce a finite straight line continuously in a straight line," all through his treatise he always considers a line as a segment between two points, while the representation of parallel lines as meeting in the same point not only involves the concept of an infinite line, but immediately leads us to suppose that it's possible to draw the infinite point common to parallel lines on a sheet of paper.

So what was this pictorial scenographia used by artists to decorate the walls of houses and theatrical stage sets?

It was probably a method that represented objects foreshortened depending on their position in space, a method perceptively similar to modern perspective.

Vitruvius, in the above-mentioned preface to the seventh book, writes that in Athens Agatharchus created a stage set in which "if a fixed centre is taken for the outward glance of the eyes and the projection of the radii we must follow these lines."<sup>6</sup> Even Titus Lucretius Carus in the fourth book of the *On the Nature of Things*, wrote that "A portico, Albeit it stands well propped from end to end On equal columns, parallel and big, Contracts by stages in a narrow cone, When from one end the long, long whole is seen, Until, conjoining ceiling with the floor, And the whole right side with the left, it draws Together to a cone's nigh-viewless point."<sup>7</sup>

Many historians believe that these two texts prove that the ancients knew the principles of modern perspective. However, if these writings illustrate the alignment to a point of the lines perpendicular to the picture plane and the convergence of lines in the image of the "nigh-viewless point" and if the latter seems to explain how to draw certain lines on a pictorial surface, it absolutely doesn't solve the problem of how to draw lines parallel to the picture plane or how to govern the foreshortening of linear images in representation and therefore human perception. In other words, if it was possible to deduce the image of the architraves

12/ Schema geometrico compositivo: determinazione delle parti, moduli e sottomoduli. Interpretazione grafica delle suddivisioni, scelta proporzionale tra gli elementi architettonici in primo e in secondo piano. Prime geometrie nello schema prospettico. *Compositional geometric diagram: determination of the parts, modules and submodules. Graphic interpretation of the subdivisions, choice of proportions between the architectural elements in the foreground and background. First geometries in the perspective diagram.*

13/ L'uso della diagonale permette di individuare la riduzione e gli ingombri dei pilastri e dei capitelli. *The use of a diagonal makes it possible to identify the reduction and the space occupied by the columns and capitals.*  
14/ Costruzione di un capitello con le sue cornici. Le intersezioni delle rette dei prospetti in primo e secondo piano con le diagonali costruite alle varie altezze definiscono la posizione di ogni elemento dell'oggetto. *Construction of a capital and its ornaments. The intersection of the lines of the two elevations with the diagonals at different heights defines the position of every part of the object.*

15/ L'immagine di figura 13 pulita dalle costruzioni. La correttezza della prospettiva è dimostrata dalla concorrenza in un punto dei lati. *Figure 13 without the constructions. The perspective is correct and demonstrated by the fact that the sides meet at a point.*

Pompei, nasce la domanda: come era possibile costruire una immagine così coinvolgente con i pochi strumenti descritti?

Di solito gli sfondati prospettici degli antichi sono prospettive che vivono in spazi delimitati, come la parete di una camera, e le loro dimensioni non sono il risultato di scelte formali ma fisiche; l'artista ha di fronte uno spazio compositivo con specifiche condizioni metriche e deve trovare una regola rappresentativa in modo che la sua opera sia armonica e armonicamente apprezzabile nello spazio che gli è concesso. Perché un'opera sia armonica deve sottostare a certi criteri di proporzione che sono dettati sia dalle caratteristiche dello spazio sia dalle scelte proporzionali che l'artista vede in quello spazio rappresentativo. Sono scelte bidimensionali, legate all'equilibrio, alla proporzione tra le parti, al colore; sono scelte legate tutte alla proiezione in un *campo compositivo* bidimensionale. Allora lo scorcio del quadrato e quindi dell'architettura che su di esso si appoggia non è connesso a una specifica condizione dell'osservatore ma a una scelta proporzionale dell'artista.

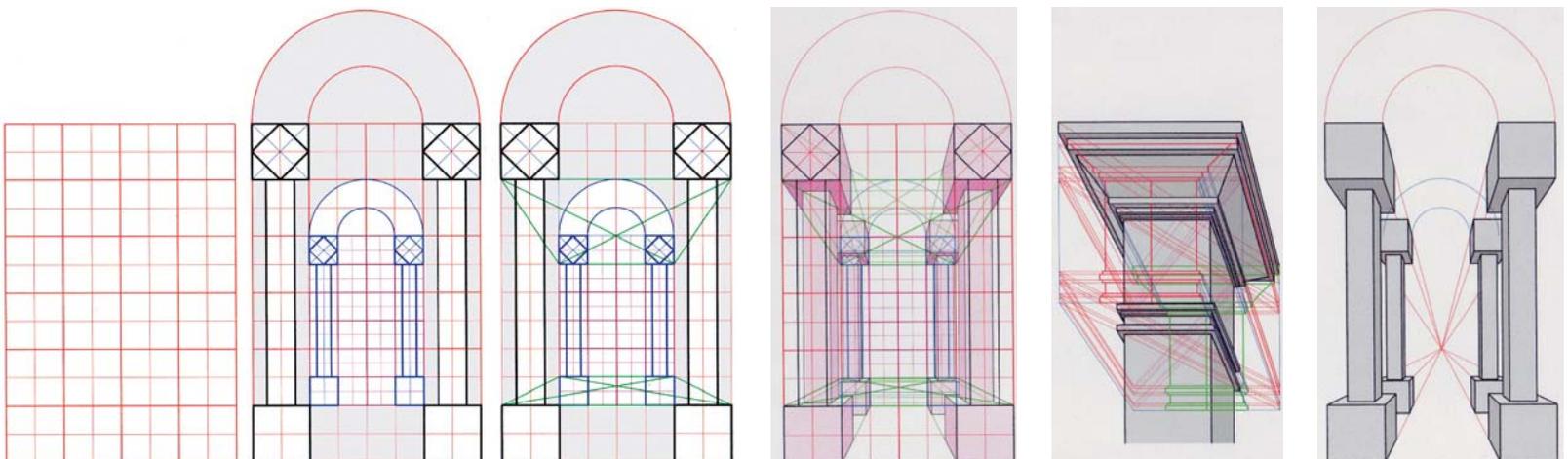
Ricordiamo, inoltre, che di solito gli sfondati prospettici sono immagini di una certa ampiezza su cui l'occhio dell'osservatore scorre ed è quasi impossibile coglierle in un sol colpo d'occhio e, come abbiamo visto, percettivamente l'errore è molto tollerabile. Immaginiamo di osservare un artista dipingere una quadratura su di una parete. Innanzi tutto interpreta geometricamente la superfi-

cie: individua l'asse verticale principale e la ripartisce in parti uguali in modo da determinare una geometria costruita da quadrati capace di misurarla. All'interno di questo schema compositivo comincia quindi a individuare gli ingombri delle parti della composizione (fig. 12).

Come si vede è una costruzione piana, proporzionale tra le parti, che deriva dalla divisione della superficie in quadrati e nei loro sottomultipli. Quattro quadrati orizzontali e sei verticali determinano lo spazio compositivo in primo piano, quattro quadrati orizzontali e sei verticali costruiscono lo spazio compositivo scorcio in secondo piano (fig. 12). Semplicemente congiungendo gli spigoli dei quadrati che appartengono al primo piano con quelli che appartengono al secondo piano il nostro pittore avrebbe uno schema prospettico molto convincente, senza dover usare il punto di fuga delle rette ortogonali al quadro. Non solo, immaginando la prospettiva come lo spazio definito da quattro pilastri disposti alla stessa distanza l'uno dall'altro, le quattro rette che passano per gli estremi più esterni dei quattro pilastri descrivono un quadrato scorcio prospetticamente (fig. 12). A questo punto il pittore ha il quadrato scorcio, il prospetto dei quattro pilastri con i loro capitelli e basi; gli basta congiungere i punti corrispondenti per descrivere le rette laterali dove insistono i vari elementi e, utilizzando le diagonali dei quadrati scorcio, potrà individuare la posizione spaziale che questi prendono nella rappresentazione (fig. 13).

*perpendicular to the pictorial surface, how was it possible to establish the position of the supporting pillars? Yet, as demonstrated by Riccardo Migliari in the article in this issue, the distribution of the pillars and foreshortened vertical elements of represented architecture is correct. In modern perspective, the foreshortening of the linear magnitude is achieved by using points of measure, i.e. the vanishing points of lines that measure the real length of the represented segments on the picture plane. Instead in Renaissance perspective the measurement of the foreshortening was solved by the intersection of the visual pyramid with the picture plane established through the appropriate use of the orthogonal projections. The perspective foreshortening of the segment is a problem of projection not proposed in any text written before the Renaissance.*

*In the Optics,<sup>8</sup> a book written after Elements, Euclid provides some "definitions" and "propositions" that illustrate the type of perspective used during the Hellenistic age. The IV Definition recites "things seen under a greater angle appear greater, and those under a lesser angle less, and those under equal angles appear equal." in Proposition 5 "Equal magnitudes at different distances appear different and the one nearest to the eye will always appear bigger" and Proposition 6 "Parallel segments between equal intervals seen from a distance will appear at unequal distances" and Proposition 10 "Of the planes below the eye the ones farthest away will*



16/ Schema geometrico compositivo (7x4) e interpretazione grafica delle suddivisioni. Lo schema geometrico frontale ha una proporzione di 7x4, quello posteriore di 8x4.

*A compositional geometric diagram (7x4) and the graphic interpretation of the subdivisions. The proportion of the frontal geometric diagram 7x4, the rear proportion is 8x4.*

17/ Interpretazione architettonica dello schema geometrico.

Costruzione della *scaenographia pittorica*.

*An architectural interpretation of the geometric diagram.*

*Construction of the pictorial scaenographia.*

18/ Verifica prospettica della costruzione di figura 17.

I lati scorciati non concorrono tutti nel medesimo punto e si verifica una distribuzione a «spina di pesce» delle fughe.

*Perspective control of the construction in fig. 17.*

*The foreshortened sides do not all meet at the same point and the vanishing points are distributed in a "herring-bone" fashion.*

L'uso della diagonale per individuare la posizione spaziale di ogni elemento porta a un controllo molto efficace nella rappresentazione dello scorcio prospettico. La figura 14 è la costruzione di un capitello con le sue cornici, le sue sporgenze e rientranze, tutte individuate tramite le rette condotte per i punti corrispondenti dei due prospetti, quello in primo piano rosso e quello in secondo piano verde. Le intersezioni di queste rette con le diagonali costruite alle varie altezze definiscono la posizione di ogni elemento dell'oggetto.

Si dimostra così la possibilità di costruire con il metodo che abbiamo descritto e chiamato *scaenographia pittorica* la prospettiva anche di oggetti di una certa complessità senza l'uso del punto di fuga (fig. 15).

Ma allora la distribuzione a *spina di pesce* delle rette scorciate, riscontrata in alcune opere del passato, come avviene?

Nel caso preso in esame ho diviso la superficie pittorica in sei quadrati per la verticale e quattro per l'orizzontale, stessa proporzione ho mantenuto anche per il prospetto posteriore della mia composizione (6x4), cosa sarebbe accaduto se non avessi mantenuto la stessa proporzione?

Nella figura 16 abbiamo che la prima divisione propone un rapporto di sette quadrati ver-

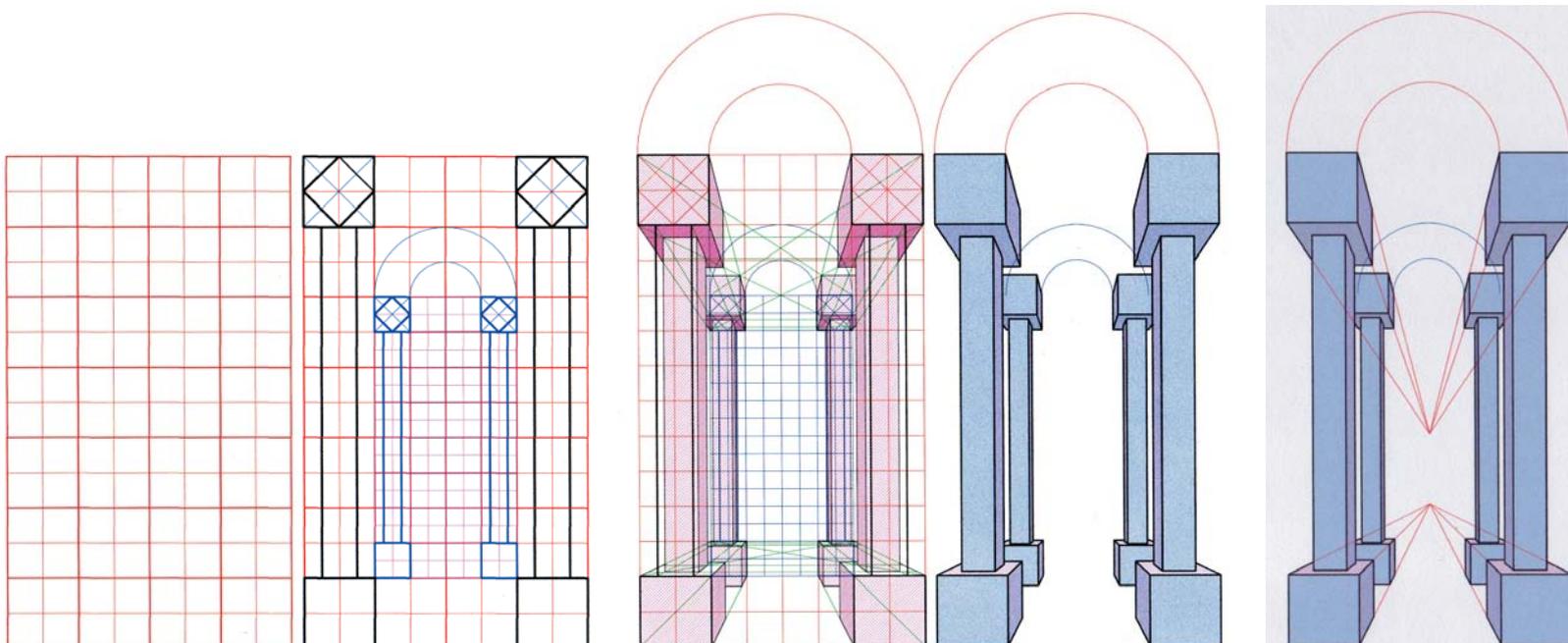
ticali e quattro quadrati orizzontali (7x4); nel prospetto ridotto, mentre i quadrati in orizzontale si mantengono in numero di quattro i quadrati in verticale sono otto (8x4), non è stata mantenuta la stessa proporzione tra ciò che è rappresentato d'avanti e ciò che è dietro (fig. 16). Con procedimento analogo al precedente è stata costruita la *scaenographia pittorica*. Sono state tracciate le rette che collegano i punti del prospetto in primo piano con quelli del prospetto in secondo piano, di nuovo sono state tracciate le diagonali per individuare la posizione spaziale delle rette verticali e quindi è stata costruita la *scaenographia* (fig. 17). L'immagine che ne ricaviamo è sbagliata. L'occhio con molta difficoltà ne può apprezzare l'errore ma se prolunghiamo le rette in fuga scopriamo che quelle in alto hanno un punto di fuga e quelle in basso ne hanno un altro (fig. 18). Ecco la distribuzione a *spina di pesce* delle fughe. Per poter apprezzare l'errore abbiamo dovuto munirci di riga e prolungare le rette perché l'occhio non lo vedeva. Se per di più l'errore è attenuato dalle condizioni proprie della composizione, cioè è stato possibile creare una composizione orizzontale che schiaccia la verticale, questo è praticamente illeggibile (fig. 19). Inoltre, più l'oggetto è la rappresentazione di un'architettura

*appear higher" and finally Proposition 12 "Of the segments in the front, the right ones seem to deviate to the left, the left ones to the right"*

*If we try to graphically apply these Definitions and Propositions, we will obtain the representation of a square on the ground in which the side farthest away is higher and smaller than the side nearest the observer and the deviation of the perpendicular sides will be such that the side to the right will diverge to the left and the side to the left will diverge to the right. The geometries of a square, even if deformed, remain unaltered and so the two diagonals will establish the point where the image of the axis parallel to the two sides that remain parallel in the representation will pass. The other axis divides the two sides into equal parts passing through the same point created by the intersection of the diagonals: this is true for any foreshortening and for the square (fig. 5).*

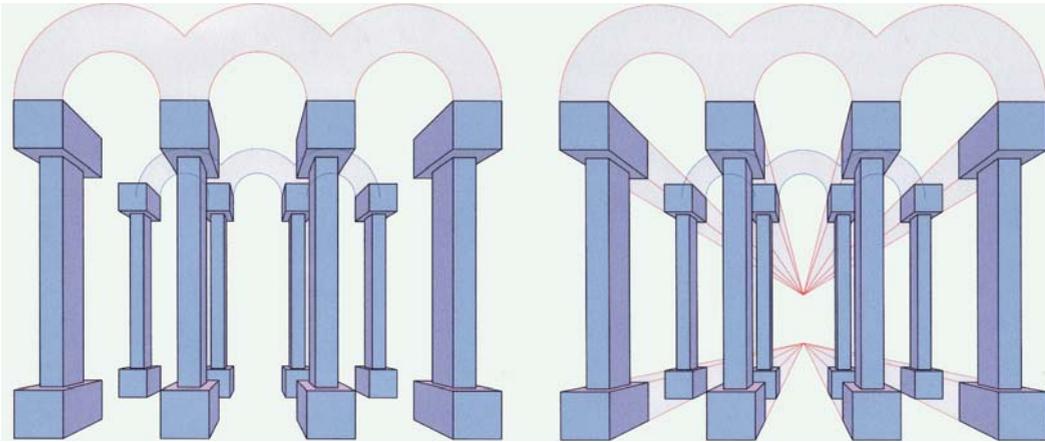
*So, the construction of the foreshortened square is not linked to the establishment of the point of intersection, the point of view, the vanishing point and the lines perpendicular to the picture plane. It is the result of a representation of what is simply observed during perception. This is the image of a "staged" square – to use the 15th century term, degraded.*

*Let's apply the above to the construction of a*



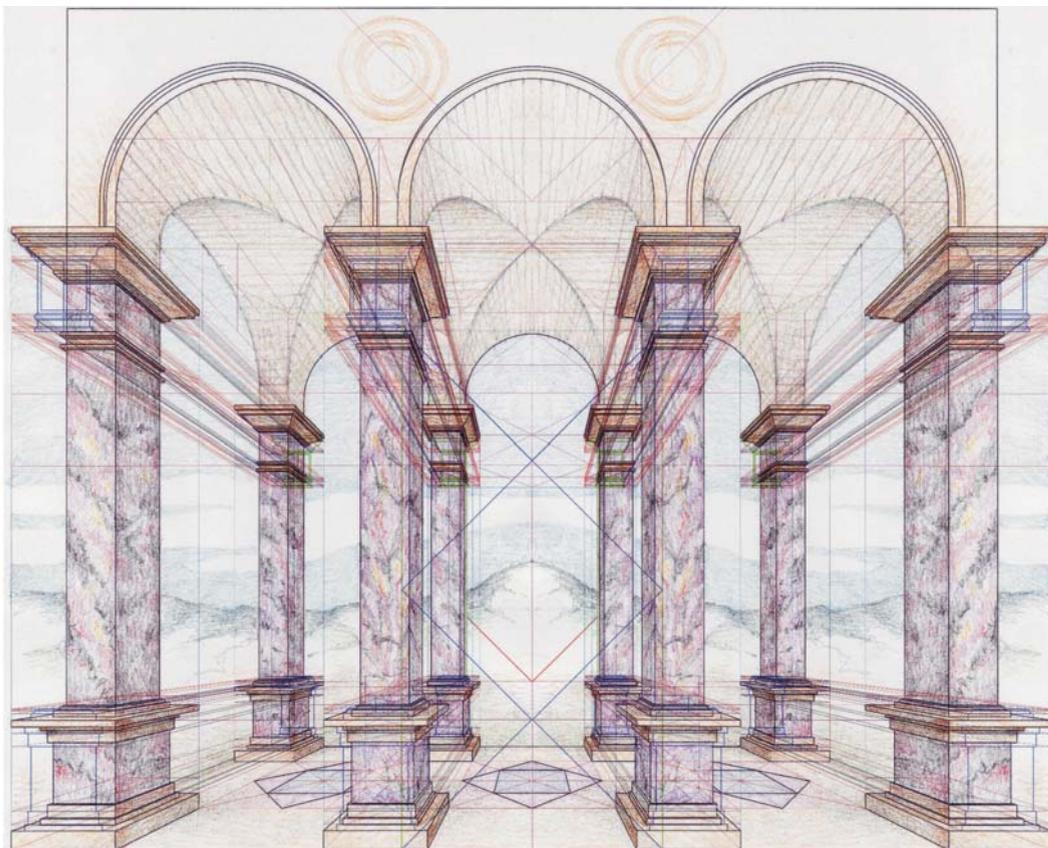
19/ Costruzione di una prospettiva «sbagliata» di una certa complessità e verifica attraverso il prolungamento delle rette perpendicolari al quadro dell'errore presente. La percezione dell'errore è praticamente inesistente. *Construction of a rather complicated "incorrect" perspective. Prolonging the straight lines perpendicular to the painting is possible to check the error. The mistake is practically impossible to see.*

20/ Costruzione corretta di una prospettiva mediante il metodo della *scaenographia pictorica*. *The correct construction of a perspective using the pictorial scaenographia method.*



complessa più questo errore viene attenuato dalla complessità della visione. Questo uso della *scaenographia pictorica* non credo sia rimasto appannaggio solo della cultura degli antichi, sono invece convinto appartenesse all'uso degli artisti che dal Cinquecento all'Ottocento si sono prodigati in opere che decorano ancora i palazzi più rap-

presentativi. Molto spesso, infatti, ci imbattiamo in quadrature in cui il punto di fuga principale è in una condizione fisica che lo rende inaccessibile – dietro a una sporgenza architettonica, al centro di un camino e via dicendo – dove non è possibile segnarlo con un chiodo o in altro modo. La *scaenographia pictorica* sembra risolvere il problema. Basta sa-



*cube: the nearest face is a square with a side equal to the longest side, the face farthest away is a square with a side equal to the shortest segment parallel to the first, the side faces are foreshortened and described by the lines that join the vertexes of the two squares (fig. 6). This is the image of a foreshortened cube, an image that wasn't created considering the convergence of the orthogonal lines but the reduction of the ones parallel to the picture plane.*

*The resultant pictorial scaenographia, i.e. perspective, is correct; there is a cube in space (or rather, infinite cubes) that an observer in a particular position considers as a perspective. To prove this, all we need to do is to apply the modern concept of convergence of the lines orthogonal to the picture plane (fig. 6). If we use this procedure to represent a parallelepiped, drawing it as two superimposed cubes, the ensuing image is also correct (fig. 7). So how is it possible that points of convergence are distributed along a straight line, something often found in the architectural images of the ancients?*

*Let's try and rebuild the perspective of the parallelepiped, but this time, we won't use a cube, i.e. we'll arbitrarily choose the rectangle in the front and just as arbitrarily the rectangle in the rear (fig. 8). In this case too, the foreshortened sides are established by joining the vertexes of the two rectangles (each side follows the same logic as the perspective of the square) and the resultant image is convincing, it seems to be the representation of a parallelepiped. However, if we double check, i.e. if we prolong the lines to find their point of intersection, we discover that there are two; this means that the perspective is incorrect, it isn't the perspective of a parallelepiped (fig. 8). But is this the right test – finding the point of intersection which according to Renaissance perspective should be just one? Does the point of intersection exist in the construction of the ancients?*

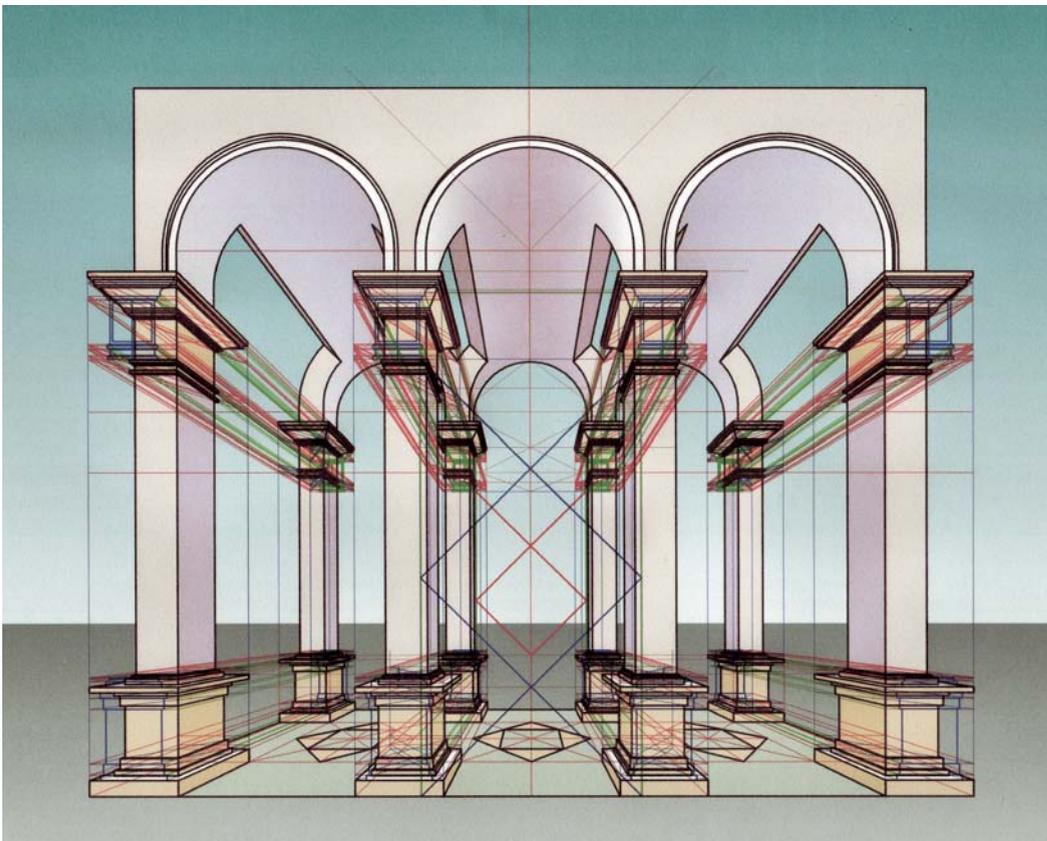
*In any case, where's the mistake? Why did everything work when we used two superimposed cubes and now the image is incorrect? The rectangle of the front side and the rear side do not have the same proportion, there's a small difference that the artist showed to respect certain proportions chosen, not for projective*

21/ Altro esempio di uso corretto della *scaenographia pictorica* applicato alla rappresentazione di un'architettura.  
*Another example of the correct use of pictorial scaenographia applied to the representation of an architectural figure.*

pere quali sono i quadrati che proporzionano la composizione e quindi scegliere il loro *scorcio* per costruire la prospettiva senza usare i punti di fuga (figg. 20, 21).

Già in Vitruvio troviamo due tipi di *scaenographia* e la storia ci conferma l'esistenza di due tipi di prospettiva: una prospettiva per gli architetti e una per i pittori. Due tipi di prospettiva perché due e diversi sono i fini che persegue. Nel primo caso la prospettiva è l'immagine di una volontà creativa e uno strumento di progettazione, dispositivo capace di analizzare le caratteristiche percettive proprie dell'opera prima che questa venga realizzata, per cui la rappresentazione deve essere rigorosa. In questo tipo di prospettiva la misura e le regole per individuarne lo scorcio prospettico sono il vero problema geometrico della rappresentazione. Si tratta di una prospettiva intimamente legata all'esigenza di ampliare lo spazio euclideo nello spazio proiettivo e alla conseguente possibilità di rappresentare un punto posto all'infinito.

Nel secondo caso la prospettiva è uno strumento dei pittori, è la rappresentazione su di uno spazio bidimensionale di uno sfondato, capace di *simulare* un'architettura senza che questa debba necessariamente avere un legame rigoroso con la realtà. La prospettiva viene studiata come immagine e quindi l'opera pittorica stessa è sia progetto che oggetto della rappresentazione. In questo tipo d'immagine la proporzione, la simmetria, l'equilibrio, il colore, il tono si determinano nella bidimensionalità dell'opera tutta e questi sono i veri strumenti di progetto. L'artista non vuole riprodurre fedelmente qualche cosa di reale ma dare un sensazione, un'emozione capace di evocare nello spettatore la percezione della complessità di uno spazio tridimensionale. Nell'opera pittorica, sia essa su tela che su parete, la misura e il suo scorcio sono legati a problemi di proporzionalità tra le parti che appartengono alla bidimensionalità dell'opera e non alle proporzioni dell'architettura rappresentata. In questo tipo di prospettiva gli



*accuracy, but to balance the two-dimensional composition of the work, a balance which a priori is not projective but geometrical, proportional between the parts that appear on the surface.*

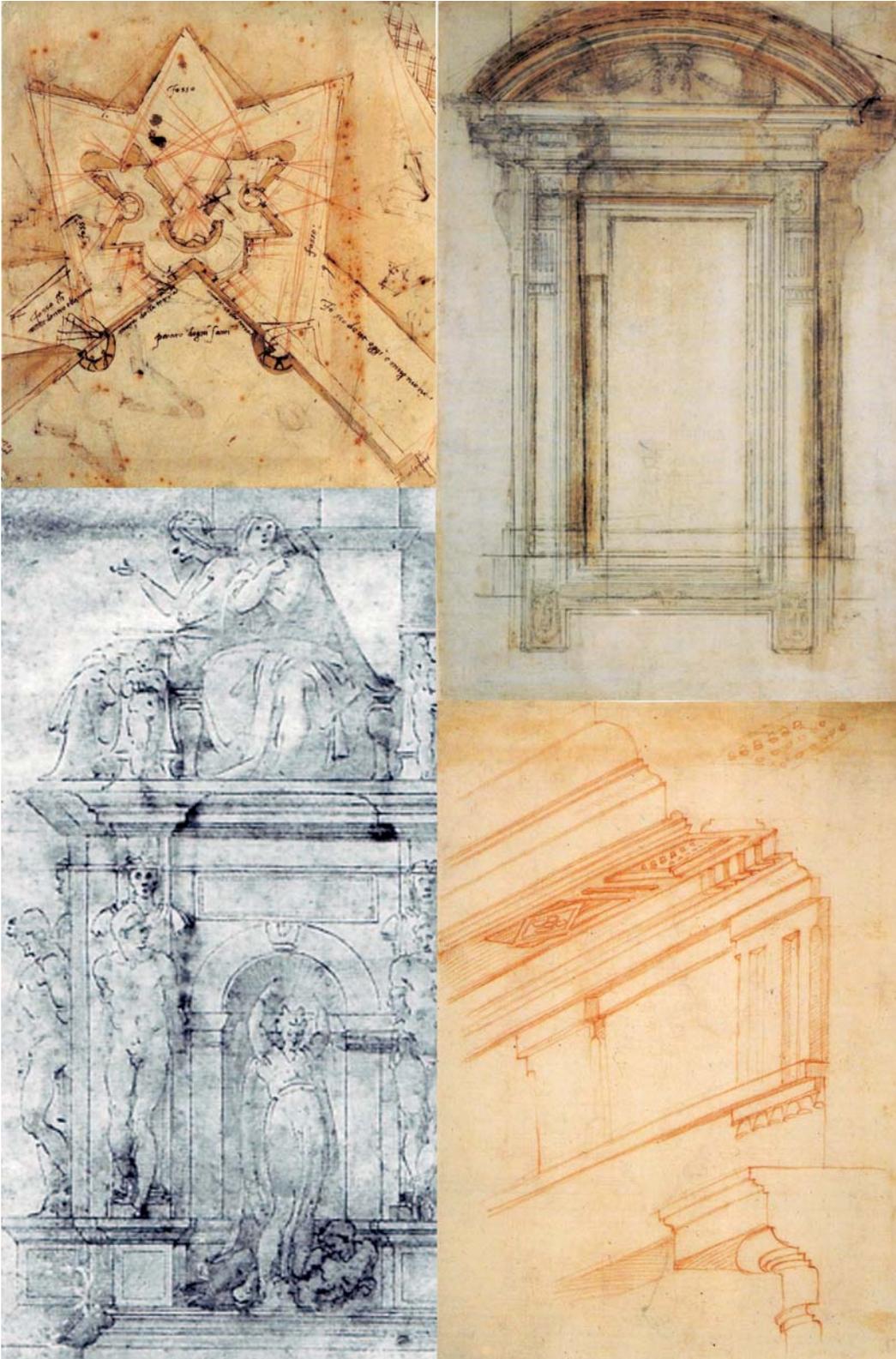
*Let's consider a projectively incorrect image of the parallelepiped, i.e., the previous example, but perceptively correct from the point of view of its figurative composition. Let's divide into equal parts the heights of the vertical corners that coincide with the picture plane and the foreshortened ones (fig. 9). The resultant squares are correct, but the overall image is incorrect, the vanishing points are located in herring-bone fashion along a line, as shown by Panofsky<sup>9</sup> (figs. 10, 11).*

*Is there the will to project on a curved surface, or is this only the division of the vertical edges of the parallelepiped in equal parts? When we admire the illusory perspective, the perspectives in the homes of noble Romans or the ones in the villas in Pompeii, a question immediately springs to mind: how was it possible to create such a complicated image with the few tools available? The illusory perspective of the ancients are normally located in small spaces, like the wall of a room and their size doesn't depend on formal, but physical choices. The artist is faced with a compositional space that has specific metric conditions. He has to find a rule of representation so that his work is harmonic and harmonically appreciated in the space available. For a work to be harmonic, it has to follow certain criteria of proportion dictated by the characteristics of the space and the proportional choices that the artists sees in that space. These are two-dimensional choices, based on balance, on proportion between the parts, on colour; they are all choices linked to design in a two-dimensional field of composition. So the foreshortened image of the square, and therefore of the architecture, is not linked specifically to the observer, but to the artist's choice of proportions.*

*Furthermore, perspective wall paintings are normally quite large across which the observer's eye moves; however it is almost impossible for him to take it all in at a glance and, as mentioned earlier, the inaccuracy is perceptively well tolerated.*

*Let's pretend we're looking at an artist painting*

22/ Alcuni disegni di particolari di architetture dovuti alla mano di Michelangelo.  
*Drawings of architectural details by Michelangelo.*



on a wall. First of all he geometrically interprets the surface: he establishes the main vertical axis and divides it into equal parts to create a geometry of squares that can measure it. Within this compositional plan, he goes on to identify the size of the compositional parts (fig. 12). As you can see it is a flat construction, proportional between the parts, established by dividing the surface into squares and submultiples. Four horizontal squares and six vertical squares determine the compositional space in the forefront, four horizontal squares and six vertical squares create the foreshortened compositional space in the background (fig. 12). By simply joining the corners of the squares in the front with those in the rear, the painter would create a very convincing perspective plan without having to use the vanishing point of the lines orthogonal to the picture plane. Moreover, if we imagine the perspective as a space defined by four equidistant pillars, the four lines that pass through the outermost edges of the four pillars create a perspectively foreshortened square (fig. 12). At this point, the painter has a foreshortened square and the elevation of the four pillars and their capitals and bases; all he has to do is join the corresponding points to create the lateral straight lines on the different elements and, using the diagonals of the foreshortened squares, he will be able to determine their spatial position in the representation (fig. 13). Using a diagonal to establish the spatial position of each element provides valuable control in the representation of the perspective foreshortening. Figure 14 shows a capital, its cornices, projecting and recessed parts, all established by the lines through the corresponding points of the two elevations: the red ones in the front and the green ones in the back. The intersecting lines between these lines and the diagonals at varying heights define the position of each element of the object. This proves how the method we have described and called pictorial scaenographia can be used to create the perspective of quite complex objects without using a vanishing point (fig. 15). In this case, how did they achieve the herringbone distribution of the foreshortened lines found in several older works? In the case in point, I divided the pictorial

strumenti sono la riga e il compasso, gli strumenti del piano, la geometria che li governa è la geometria degli *Elementi* di Euclide, anzi, per essere precisi, dei primi quattro libri<sup>8</sup>.

Ora è importante un chiarimento: da sempre l'architetto come il pittore e, spesso, anche lo scultore potevano essere delle specializzazioni che appartenevano alla stessa persona. Fino a un passato molto recente gli architetti si formavano prima in bottega e poi in accademia e non esisteva l'attuale distinzione in chiusi campi di specializzazione. Michelangelo era scultore ma anche pittore e architetto. Questo dimostra che la prospettiva veniva usata da Michelangelo per progettare un'opera? In realtà non abbiamo immagini prospettiche di architetture progettate da Michelangelo; abbiamo molti prospetti, piante e scorci assonometrici, ma nessuna prospettiva. Si può quindi dire che non conoscesse la prospettiva? Assolutamente no. Michelangelo la conosceva e la usava, per la pittura (fig. 22).

Il *De prospectiva pingendi* (fig. 23) di Piero della Francesca<sup>9</sup> tratta di prospettiva per gli architetti o per i pittori?

A ben vedere rarissimi sono i casi di prospettive costruite come ausilio alla progettazione e bisogna aspettare il Rinascimento maturo e il Barocco per avere i primi sporadici casi di immagini costruite al fine di descrivere architetture progettate.

La prospettiva diventa strumento di progettazione, o meglio di presentazione alla committenza del progetto, solo nell'Ottocento. Prima il modello fisico ligneo in scala era il reale strumento di progettazione e presentazione anche perché più adatto alle esigenze proprie di un'architettura in cui la forma era dettata da canoni già sperimentati e preordinati e in cui la decorazione, la proporzione e il canone stilistico determinavano l'oggetto. La prospettiva, per il suo essere vincolata a una specifica posizione dell'osservatore e quindi a uno specifico scorcio visivo, non era adatta, essendo troppo parziale, troppo soggettiva, troppo poco oggettiva.

In estrema sintesi, la prospettiva nasce quindi come strumento per i pittori, diventa motivo di studio per i matematici per le naturali conseguenze proiettive che propone, per arrivare

nelle mani degli architetti quando le intenzioni non sono più quelle di descrivere solo un'architettura ma lo spazio che questa determina e in cui si determina.

□ *Andrea Casale – Dipartimento di Rilievo, analisi e disegno dell'ambiente e dell'architettura, Università degli Studi di Roma «la Sapienza»*

1. Marco Vitruvio Pollione, *De architectura, libri x*, a cura di Pierre Gross, con testo in latino a fronte, Torino, Einaudi, 1997, libro I, capitolo II. Il testo in latino dell'ultima frase della citazione recita: «item scaenographia est frontis et laterum abscedentium adumbratio ad circinque centrum omnium linearum responsus».

2. Sir William Farish, *Isometrical perspective*, Cambridge, 1820-1822.

3. Wilhelm Fiedler, *Trattato di geometria descrittiva*, a cura di A. Sayono ed E. Padova, Firenze, Le Monnier, 1874, edizione originale *Die Darstellende Geometrie*, 1871.

4. «*aciem oculorum radiatorumque extentionem certo loco centro constituto ad lineas ratione naturali responderere*» Marco Vitruvio Pollione, *op. cit.*, Libro VII, Prefazione.

5. «*Porticus aequali quamvis est denique ductu, stansque in perpetuum paribus suffulta columnis, longa tamen parte ab summa cum tota videtur, paulatim trahit angusti fastigia conii, tecta solo iungens atque omnia dextera laevis, donec in obscurum conii conduxit acumen*». Titus Lucretius Carus, *De Rerum Natura*, liber IV, 426-431.

6. Euclide, *Ottica: immagini di una teoria della visione*, a cura di Francesca Incardona, Roma, Di Renzo, 1996.

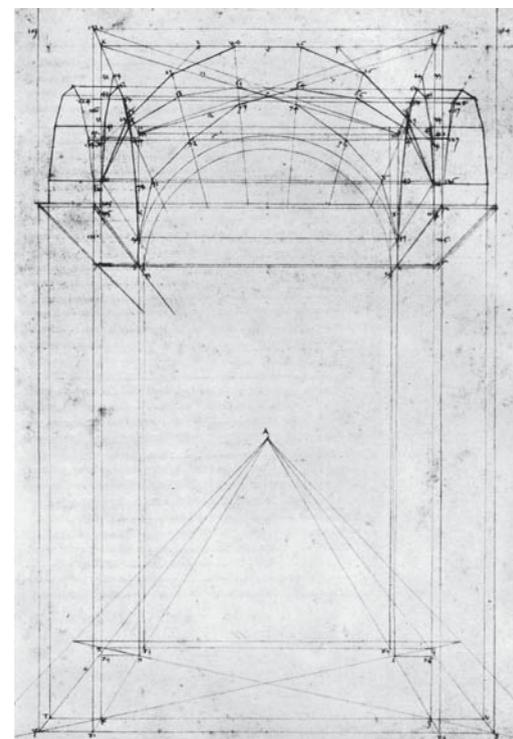
7. Secondo Erwin Panofsky (*La prospettiva come forma simbolica*, Milano, Feltrinelli, 1961) gli antichi non solo conoscevano il punto di convergenza ma deliberatamente ne usavano molti poggiati lungo una retta secondo una distribuzione a spina di pesce che egli legge come intenzionale proiezione su una superficie sferica.

8. Euclide, *Gli elementi*, a cura di A. Frajese e L. Maccioni, Torino, UTET, 1970.

9. Piero Della Francesca, *De prospectiva pingendi*, edizione critica a cura di Giusta Nicco Fasola, Firenze, Sansoni, 1942.

23/ Piero della Francesca, *De prospectiva pingendi*, tavola XIX.

Piero della Francesca, *De prospectiva pingendi*, plate XIX.



surface into six squares for the vertical and four for the horizontal. I maintained the same proportion for the rear perspective of my composition (6x4). What would have happened if I hadn't maintained the same proportion? In figure 16, the first division proposes a ratio of seven vertical squares and four horizontal squares (7x4); in the reduced perspective, while there are always four horizontal squares, the vertical squares are eight (8x4): we no longer have the same proportion between what is represented in front and what is represented in the rear (fig. 16). The pictorial scaenographia was created using a procedure similar to the previous one. We drew the lines that join the points of the elevation in the front with those in the back; then we drew the diagonals to determine the spatial position of the vertical lines and then we built the scaenographia (fig. 17). The image we obtained is incorrect. It would be very difficult for the eye to notice the difference, but if we prolong the vanishing lines, we discover that the upper and lower ones have different vanishing points (fig. 18). This is the herring-bone distribution of the vanishing points. To appreciate the inaccuracy, we would have to have a ruler and prolong the

lines, because we wouldn't have noticed it. Furthermore, if the inaccuracy is mitigated by the composition, i.e. if it were possible to create a horizontal composition that flattens the vertical one, then the inaccuracy is practically invisible (fig. 19). Moreover, the more the object represents a complex architecture, the more this inaccuracy is mitigated by the complexity of the image. I don't think that this use of pictorial scaenographia was only part of the culture of the ancients. Instead, I'm convinced that it was used by artists from the 16<sup>th</sup> to the 19<sup>th</sup> centuries in works that hang in prestigious buildings. In fact, we very often come across wall paintings in which the main vanishing point is physically inaccessible – behind an architectural projection, in the middle of a fireplace, etc. – where it would be impossible to mark it with a nail or something else. Pictorial scaenographia seems to solve the problem. All we need to know is which are the proportional squares of the composition, then we can choose their foreshortening to create perspective without using vanishing points (figs. 20, 21). There are already two types of scaenographia in Vitruvius and history confirms that there are two types of perspective: one for architects, the other for painters. Two types of perspective for two, different purposes. In the first case, perspective is the image of a creative will and a design tool, a device that can analyse a work's perceptive characteristics before it is executed, so representation has to be precise. In this type of perspective, the measurements and rules to establish perspective foreshortening are the real geometric problem of representation. This perspective is strictly linked to the need to enlarge Euclidean space in projective space and the possibility to represent a point in infinity. In the second case, perspective is a tool used by painters; it is the representation of a trompe d'oeil in two-dimensional space, capable of reproducing an architecture without the latter necessarily having to have a close relationship with reality. Perspective is studied as an image and so the pictorial work is both the project and object of the representation. In this type of image, proportion, symmetry, balance, colour and shade are determined by the two-dimensional nature of the whole work, and

these are the real design tools. The artist doesn't intend to faithfully represent a real object, but transmit a feeling, an emotion that will give the observer the perception of the complexity of three-dimensional space. In the pictorial work, either on canvas or a wall, measure and its foreshortening are linked to problems of proportionality between the parts that depend on the two-dimensional nature of the work and not on the proportions of the represented architecture. In this type of perspective, the tools used are the ruler and the compass, the instruments of the plane; the geometry that governs them is the geometry of Euclid's Elements, to be precise, of his first four books.<sup>10</sup> It's important to point out one thing: that a person could be, at the same time, an architect, a painter and sometimes a sculptor. Until recently, architects were first trained in craftsman's shops and then at the academy and there was no strict division between specialisations. Michelangelo was a sculptor, but also a painter and architect. Does this prove that Michelangelo used perspective to design a work? There are no perspective architectural drawings by Michelangelo; we have a lot of façades, plans, axonometric foreshortenings, but no perspective. Can we say that Michelangelo didn't understand perspective? Absolutely not. Michelangelo knew and used perspective in his paintings (fig. 22). Did the De prospectiva pingendi by Piero della Francesca<sup>11</sup> study perspective for architects or painters? (fig. 23) Actually, it's rare for perspective to be used as a tool in design. Only during the Late Renaissance and Baroque can we find examples of the first sporadic cases of images drawn to describe designed architecture. Perspective becomes a design tool, or rather a way of presenting the project to the client, only in the 19th century. Before that, a physical wooden scale model was the real design and presentation tool because it was more suited to the requirements of an architecture in which form was determined by previously experimented and pre-established rules in which decoration, proportion and style determined the appearance of the object. The fact that perspective was linked to the observer's position, and therefore to a specific

point of view, made it unsuitable because it was too partial, too subjective and not objective enough. In short, perspective was created as a tool for painters and then studied by mathematicians due to its natural projective effects. It fell into the hands of architects when their aim was no longer to just simply describe an architecture, but the space it determines and which it is determined by.

1. Vitruvius, On Architecture, Books I-V, edited and translated by Frank Granger, with facing Latin text, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1931, book I, chapter II, pp. 25-27. The Latin text of the last sentence of the citation recites: "item scaenographia est frontis et laterum abscedentium adumbratio ad circinique centrum omnium linearum responsus".
2. Vitruvius, op. cit., p. 24.
3. Vitruvius, op. cit., Book VII, Chapter V, p. 107.
4. Sir William Farish, Isometrical perspective, Cambridge, 1820-1822.
5. Wilhelm Fiedler, Die Darstellende Geometrie, 1871.
6. "aciem oculorum radorumque extentionem certo loco centro constituto ad lineas ratione naturali risponderi" Vitruvius, op. cit., Book VII, Preface.
7. "Porticus aequali quamvis est denique ductu, stansque in perpetuum paribus suffulta columnis, longa tamen parte ab summa cum tota videtur, paulatim trahit angusti fastigia conii, tecta solo iungens atque omnia dextera laevis, donec in obscurum conii conduxit acumen". Titus Lucretius Carus, De Rerum Natura, liber IV, 426-431.
8. Euclide, Ottica: immagini di una teoria della visione, edited by Francesca Incardona, Rome, Di Renzo, 1996.
9. According to Erwin Panofsky (Perspective as Symbolic Form, New York, Zone Books, 1991) not only did the ancients know about the point of convergence but they deliberately used many located along a line in a herring-bone fashion that he interpreted as an intentional projection on a spherical surface.
10. Euclide, Gli elementi, edited by A. Frajese and L. Maccioni, Turin, UTET, 1970.
11. Piero Della Francesca, De prospectiva pingendi, critique by Giusta Nicco Fasola, Florence, Sansoni, 1942.

Roberto Corazzi, Giuseppe Conti

## La cupola di Brunelleschi fra ipotesi e realtà

Brunelleschi, per i ben noti contrasti con i personaggi della sua epoca, non ha lasciato scritto niente sul modo e neppure sul metodo con il quale ha costruito il suo capolavoro. Così per secoli la cupola fiorentina è stata oggetto di ricerche da parte di studiosi che hanno cercato di cogliere il «segreto» della sua costruzione. Tali studi hanno visto un incremento negli ultimi decenni, a partire dagli approfondimenti di Piero Sanpaolesi, iniziati nel 1940 circa.

Nel corso del tempo sono state avanzate diverse teorie sulla tecnica costruttiva della cupola dal cui confronto emergono posizioni apparentemente tanto diverse da portarne a una lettura sostanzialmente differente; tuttavia, costruendo i modelli matematici di tali teorie, si osserva che quasi tutte portano al medesimo risultato e forniscono il medesimo andamento delle corde blande.

In questo studio noi vogliamo mettere a confronto queste teorie, cogliendone peculiarità e

coincidenze, e controllarne l'attendibilità mediante verifiche analitiche e geometriche riportate al modello reale (fig. 1).

Già durante la costruzione della cupola alcuni studiosi si interessano alla sua geometria: tra questi è da ricordare Giovanni di Gherardo da Prato<sup>1</sup> che segue tutte le fasi costruttive e, nel 1425, forse su richiesta di Ghiberti, redige una pergamena in cui ne critica geometria e illuminazione (fig. 2).

Egli sostiene che la cupola si sarebbe dovuta costruire usando due centri: il primo, quello di «quinto acuto», per definire la geometria della struttura; il secondo, invece, quello di «mezzo acuto», per fornire l'inclinazione dei filari radiali dei mattoni. Brunelleschi, invece, stava costruendo la cupola usando un solo centro, cioè il centro di «quinto acuto», per mezzo del quale definiva sia la geometria delle due calotte, quella interna e quella esterna, che l'inclinazione dei conci murari (fig. 3).

Nel suo trattato di architettura Leon Battista

### *Brunelleschi's dome between theory and reality*

*Brunelleschi was famous for quarrelling with some of his contemporaries. This led him to leave nothing in writing about the technique or methods he used to build his masterpiece. So for centuries scholars have tried to understand the "secrets" behind its construction. Many studies have been carried out in the past 60 years, beginning with the one Piero Sanpaolesi started around the year 1940.*

*Over the years, several theories were put forward about how the dome was built. They were so different that extremely divergent interpretations ensued. However, all the mathematical models of these theories produce the same result and provide the same pattern of slack-lines.*

*This article will compare these theories, their peculiarities and similarities. Analytical and geometrical tests will be used to compare them to the real thing (fig. 1).*

*While the dome was being built numerous scholars studied its geometry: among them, Giovanni di Gherardo from Prato.<sup>1</sup> He followed all the various building stages and, in 1425, perhaps asked by Ghiberti, wrote an essay in which he criticised its geometry and lighting (fig. 2).*

*He maintained that the dome should have been built using two centres: the first, the "pointed-fifth" to define the structure's geometry; the second, the "pointed-half" to establish the inclination of the ring of the bricks. Instead, Brunelleschi was building the dome using only one centre, i.e. the centre of the "pointed-fifth" which he exploited to establish the geometry of the inner and outer walls, as well as the slope of the wall bricks (fig. 3).*

*In his treatise on architecture Leon Battista Alberti writes "the same method of construction should be followed for the vaults as is used for the walls" and further on he defines the perfect dome as a unique spherical vault, "that does not require centering, being composed not only of arches but also of rings, [arches] intersecting at equal and unequal angles, that these two provide". Moreover, he writes about another structure and more precisely the angular spherical vault: "may also*



1/ Pagina precedente. Firenze, vista panoramica della cupola di Santa Maria del Fiore.  
Previous page. Florence, the dome of Santa Maria del Fiore.

2/ Pergamena di Giovanni Gherardo da Prato (1424 ca.).  
Archivio di Stato di Firenze (Opera di Firenze, 90).  
*Parchment by Giovanni Gherardo da Prato (ca. 1424).*  
*State Archives, Florence (Opera di Firenze, 90).*

3/ Schematizzazione della geometria per la determinazione della giacitura dei mattoni della cupola di Santa Maria del Fiore individuata da Giovanni Gherardo da Prato.

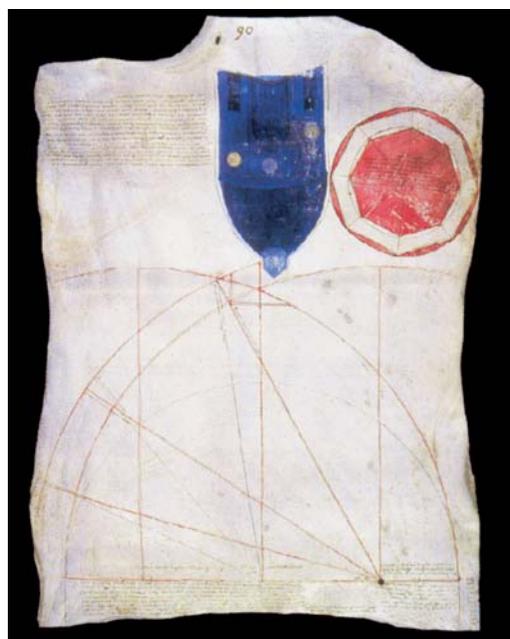
*Schematic drawing of the geometry used to determine how the bricks had to be laid to build the dome of Santa Maria del Fiore, identified by Giovanni Gherardo da Prato.*

Alberti scrive: «nel fare le volte si osserverà la medesima regola che nel fare le mura» e più avanti definisce la volta sferica perfetta come la cupola, unica fra tutte, «che non richiede armatura, non è fatta solo di archi ma anche di cornici, archi che si accostano uno all'altro e si intersecano a angoli pari e non pari». Scrive, inoltre, di un'altra struttura e precisamente: «potrai volgere senza armatura, la tribuna a spicchi, purché tu volga dentro nella sua stessa grossezza una cupola a mezzo cerchio perfetto. Ma qui hai bisogno di grosse legature con le quali leghi strettissimamente le parti più deboli di esso alle parti più stabili e ferme. Ti bisognerà aver messo la prima, o sotto le prime file di pietra, che tu avrai murate, alcune spranghe o perni non gravi, ai quali poiché le fatte fila avranno fatto presa, tu raccomandi tanto di armatura, che sia bastante a sostenere le file che vi debbano porre sopra. Poi fatta presa, potrai trasporre questa armatura in tutte le altre file e finire le parti di sopra, fino a finire l'opera»<sup>2</sup>.

A metà del Settecento l'astronomo Leonardo Ximenes dedica un capitolo della sua pubblicazione, *Del vecchio e nuovo gnomone fiorentino*<sup>3</sup>, alla stabilità e alla geometria della cupola, aspetti fondamentali su cui Brunelleschi aveva lavorato per poter realizzare il proprio capolavoro.

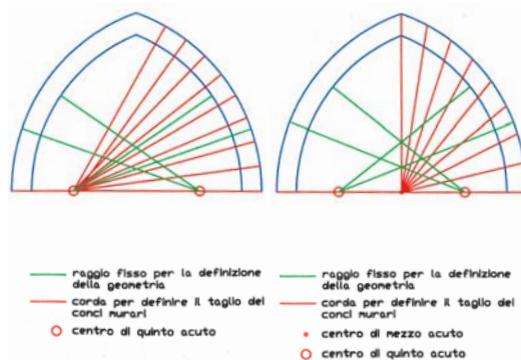
In realtà Ximenes era partito dal proposito di dare una risposta definitiva «sopra uno de' più importanti elementi di astronomia, quale è appunto l'obliquità dell'eclittica e la sua variabilità o costanza»<sup>4</sup>. A tal fine aveva fatto diversi sopralluoghi della cupola durante il solstizio estivo e confrontato le sue osservazioni con quelle analoghe eseguite nel 1510. Per la riuscita del suo studio, infatti, era essenziale che la cupola non avesse subito nessun sensibile spostamento. Dai suoi sopralluoghi aveva concluso che le fessure esistenti non erano significative da un punto di vista statico e la cupola non rischiava il crollo. Per questo motivo era entrato in contrasto con quelli che avevano proposto di cerchiarla con catene di ferro. Aveva controllato, inoltre, a sessant'anni di distanza, i tasselli murati nelle fessure da Giovanni Battista Nelli alla fine del XVII secolo, trovandoli intatti.

Dopo numerose visite lo Ximenes fornisce



una tesi sulla stabilità della cupola e cerca di dare una sua interpretazione riguardo alla sua struttura geometrica; dà molta importanza ai nove ordini di «volticchiole piane» arrivando ad affermare che per mezzo di queste la cupola esterna scaricava il proprio peso su quella interna, dicendosi «stupefatto dalle particolari costruzioni che sono in diverse parti impiegate»; in particolare egli osserva che «gli otto sproni della cupola, i quali, nascendo dagli esterni costoloni vanno ad internarsi nella cupola esterna e nell'interna, hanno le pile delle mezzane poste con direzioni perpendicolari al perimetro della curva. I filoni, dunque, o gli strati delle mezzane sono tante normali a ciascun punto della curvità, invenzione bellissima del Brunelleschi»<sup>5</sup>.

Ximenes analizza anche la curvatura della cu-



be raised without centering, provided a perfectly spherical vault is inserted within its thickness, although it is particularly important that you use fixings to bind the weaker parts of the main vault to the stronger parts of the inner one tightly. It will be useful nonetheless, once one or two stone rings have been laid and have set firm, to fix below them some light thongs and eyes to which to attach sufficient centering to support a few feet of rings above, until they have dried. Then once these also have hardened, the centering should be moved up a certain number of rows to construct the section above, until the work is complete»<sup>2</sup>.

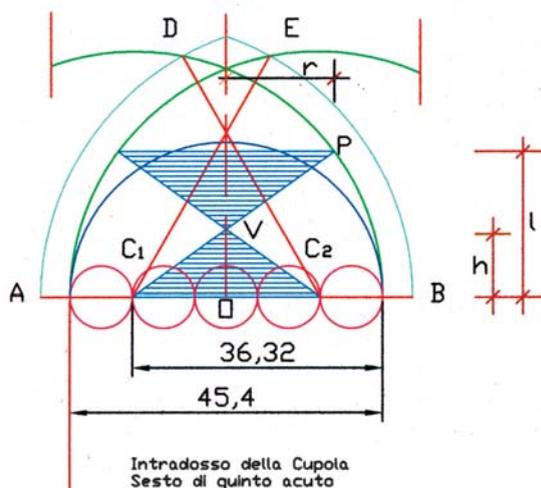
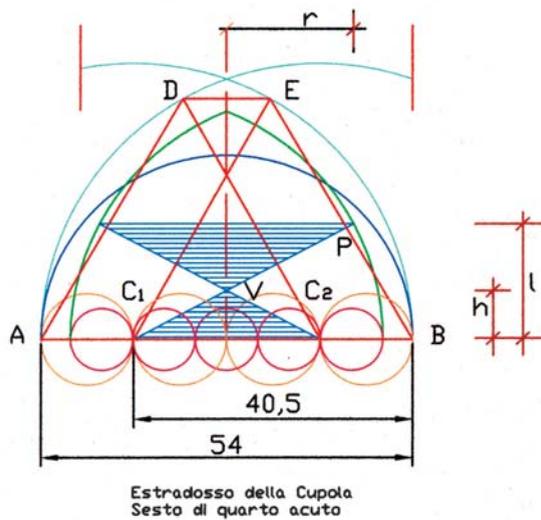
In the mid eighteenth century, the astronomer Leonardo Ximenes dedicated a whole chapter of his book, *Del vecchio e nuovo gnomone fiorentino*<sup>3</sup> to the stability and geometry of the dome; these were crucial issues that Brunelleschi had worked on to build his masterpiece.

In actual fact, Ximenes wanted to solve “one of the most important elements of astronomy, the obliquity of the ecliptic and its variables or constants.”<sup>4</sup> He visited the dome several times during the summer solstice and compared his observations with the measurements recorded in 1510. To be successful, it was important that variation in the obliquity of the dome had changed only slightly. During his visits he decided that the cracks weren't statically important and the dome wasn't about to collapse, an opinion that made him clash with those who believed that the dome should have been circled with iron chains. Sixty years later, he checked the wedges put in the cracks by Giovanni Battista Nelli at the end of the seventeenth century and found them to be intact.

After visiting the dome several times, Ximenes drew up a theory on the dome's stability and illustrated his interpretation of the geometric structure. He stressed the importance of the nine orders of “volticchiole piane,” saying that these helped the outer wall to discharge its weight on the inner wall. He said he was “amazed by the different building methods used in various parts of the construction.” In particular, he noted that “the piers of the well-baked bricks of the eight ribs of the dome which, springing from the external ribs

4/ Costruzione del quarto e quinto acuto  
(le misure indicate sono state tratte dal rilievo eseguito dalla FOART di Parma per conto della Soprintendenza per i Beni ambientali e per il patrimonio storico, artistico e demotnoantropologico di Firenze) e indicazione di due possibili coni che determinano le relative corde blande quali intersezioni con il cilindro ellittico.

*Construction of the pointed fourth and pointed fifth  
(the measurements come from the survey carried out by the FOART, Parma, on behalf of the Architectural Assets, Landscape, Historic-Artistic and Demotnoantropological Heritage Services in Florence) indicating the two possible cones that could determine the relative slack-lines that intersect the elliptical cylinder.*



Le misure qui indicate sono state tratte dal rilievo fotogrammetrico eseguito dalla FOART

pola: «Il Brunelleschi non sapeva certamente che, sarebbon venuti dopo di lui alcuni Geometri che avrebbon dimostrato che per dare ad un arco, ad una volta, ad una cupola quella curvità che facesse massima la sua resistenza, era necessario di dare a quell'arco l'andamento di una curva catenaria rovesciata.

«Eppure egli è certissimo, che il sesto della nostra cupola è tale che si accosta assai dappresso alla curva catenaria, curva assai acconcia alla costruzione delle cupole»<sup>6</sup>.

Le osservazioni dello Ximenes riguardo alla forma di una catenaria riprendevano quelle di Giovanni Poleni<sup>7</sup>; non fece, invece, alcuna osservazione sull'uso delle centine, dando probabilmente per scontato quanto il Nelli aveva affermato nel suo *La cupola di Santa Maria del Fiore*, pubblicato quattro anni prima<sup>8</sup> (figg. 4, 5).

Per quanto riguarda l'apparecchiatura muraria della cupola, Piero Sanpaolesi nel 1941 nota che essa presenta delle «anomalie» in corrispondenza degli angoli di raccordo fra due vele contigue, affermando: «Si può anche ora osservare nei corridoi fra le due cupole che, a partire degli angoli, i filari per tutta la metà inferiore della volta non seguono l'andamento rigorosamente orizzontale, ma discendono verso il centro delle facce. Anomalia non spiegabile anche perché tale inclinazione dei filari verso il centro delle facce aumenta per tutta la metà inferiore, via via che la volta sale. La causa di questo difetto di apparecchiatura si deve cercare negli angoli. In ogni singola faccia infatti, i letti di posa dei mattoni del riempimento sono allineati su pezzi speciali a squadra con i quali sono apparecchiati gli angoli, primi ad essere costruiti perché primi tracciati. Ora l'inclinazione sull'orizzontale di ognuno di questi letti di posa è quella del piano passante per l'asse del cilindro a sezione ellittica cui appartiene, a rigore, la superficie di ogni faccia.

«I letti di posa dei pilastri in due facce adiacenti, e con la stessa inclinazione sull'orizzontale, formano perciò, al loro incontro nell'angolo, un diedro acuto verso l'alto, diedro che ha per spigolo la retta di intersezione fra i piani ideali di posa dei due pilastri stessi. Questo diedro, immaginabile come un libro semiaperto, non si mantiene costante, ma diminui-

*terminate in the external and internal dome, are perpendicular to the perimeter of the curve. The rows, or the beds of the well baked bricks are normal at each point of curvature, a wonderful invention by Brunelleschi.»<sup>5</sup>*

*Ximenes also analyses the dome's curvature: "Brunelleschi certainly didn't know that several Surveyors that would come after him could demonstrate that it is necessary to shape that arch as an inverted catenary curve in order to give an arch, a vault or a dome the curvature that provide maximum resistance.*

*"Yet he is more than certain, that the pointed sixth of the dome is such that it is very similar to the catenary curve, a curve very appropriate to the construction of domes."<sup>6</sup>*

*Ximenes' observations about the shape of the catenary were similar to those by Giovanni Poleni.<sup>7</sup> Instead he made no mention of the use of centering, taking for granted what Nelli had written in his book, The Cupola of Santa Maria del Fiore, published four years earlier<sup>8</sup> (figs. 4, 5).*

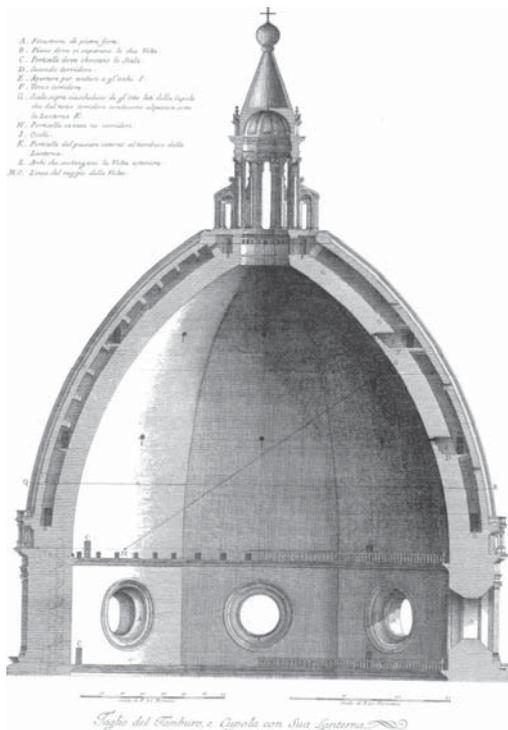
*Concerning the walls of the dome, in 1941 Piero Sanpaolesi noted that there are certain "anomalies" in correspondence to the angles between two adjacent sides, saying: "It's now possible to see in the passageway between the two domes that, starting in the corners, the rows along the entire lower half of the vault are not perfectly horizontal, but tend towards the centre of the sides. This irregularity is inexplicable because the slope of the rows towards the centre increases along the entire lower half, the further up you go along the vault. The angles determine this flaw. In fact, for each side, the beds on which the filling bricks are laid are aligned on special right-angled pieces used in the corners, the first to be built because they are the first to be marked. So the horizontal slope of these beds is that of the plane that passes through the axis of the elliptic cylinder to which, strictly speaking, the surface of every side belongs.*

*"When the beds of the pillars in two adjacent sides that have the same slope along the horizontal, meet at the corner, they create an dihedral that is acute at the top, a dihedral whose edge is the intersecting line between the ideal plane of the beds of these two pillars. This dihedral, that can be visualised as a half-*

5/ Leonardo Ximenes prende in considerazione i disegni di Giovanni Battista Nelli (*op. cit.*). Nella sezione della cupola di Santa Maria del Fiore si nota il punto di quarto acuto da cui si staccano le rette che determinano la giacitura dei mattoni alle diverse quote. Leonardo Ximenes studies the drawings by Giovanni Battista Nelli (*op. cit.*). The section of the dome of Santa Maria del Fiore shows where the straight lines that determine the brick bed at different heights start from the pointed fourth.

6/ Vista assometrica dello spaccato della cupola di Santa Maria del Fiore eseguito da Piero Sanpaolesi (*op. cit.*). Si deve far notare che gli archetti di collegamento disegnati da Sanpaolesi non esistono in realtà tra i due costoloni intermedi.

Axonometric view of a section of the dome of Santa Maria del Fiore by Piero Sanpaolesi (*op. cit.*). Note that the small joining arches drawn by Sanpaolesi do not actually exist between the two intermediate ribs.



sce (il libro tende a chiudersi) procedendo verso la chiave della volta. È evidente allora che, se noi mettiamo attraverso questo spigolo a libro semiaperto dei mattoni di collegamento a squadra, i due letti di posa, uno da una parte e l'altro dall'altra, che devono allinearsi su questi mattoni e, nello stesso tempo, devono formare l'angolo diedro ricordato, non lo formano più, partecipando ognuno di tali mattoni piani sia dell'uno che dell'altro letto. Per ciò dunque il primo tratto di filare prossimo all'angolo assume l'inclinazione osservata verso il basso, come se il diedro si fosse aperto fino a diventare piano.

«A questo inconveniente non lieve e, a quel che sembra, impreveduto, si avvia dapprima con l'artificio di riportare progressivamente in piano ogni filare variando gli spessori delle malte. Ma nasceva allora l'altro inconveniente, che i letti di posa non vengono più allineati sull'asse del cilindro ellittico, perché mentre da un lato i filari di ciascuna faccia non avevano più andamento piano, ma bensì leggermente concavo verso l'alto (ed in costruzione tale difetto dovette essere più sensibile che non sia per noi) dall'altro, nelle vicinanze degli angoli, si veniva in tal modo ad originare un unico centro di curvatura a cui convergono le inclinazioni non più costanti, dei vari punti di ciascuno dei letti di posa. In conseguenza tale centro sostituendosi ad ogni asse di curvatura delle otto facce, per ogni singolo letto di posa, non generava più come avrebbe dovuto, una piramide, ma un conoide»<sup>9</sup> (fig. 6).

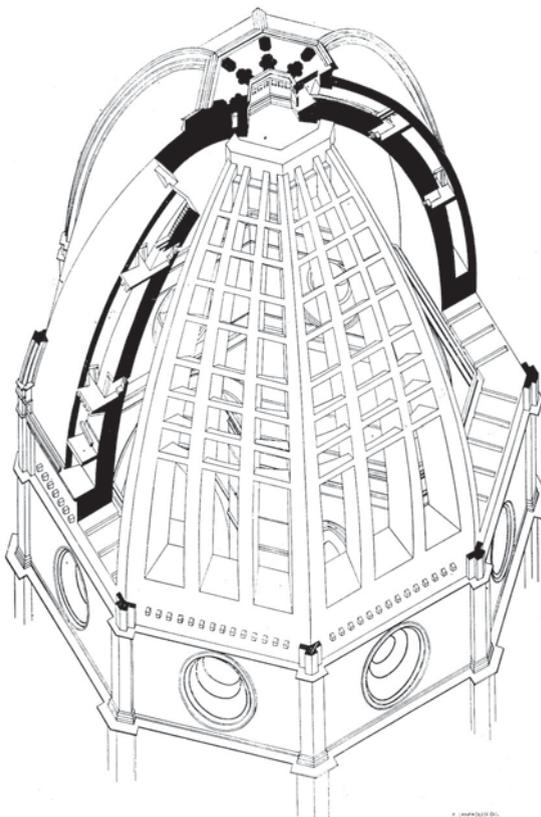
Più recentemente Rowland Mainstone esamina dal punto di vista statico l'esistenza dei letti conici e, richiamando un'osservazione di Leon Battista Alberti, ipotizza che il Brunelleschi abbia realizzato all'interno della cupola ottagonale una circolare, che serviva a fini costruttivi e cui era affidata la stabilità di tutta la costruzione. Le parti eccedenti risultano solo dei sovraccarichi: quindi, dei pesi morti. La cupola circolare «può dunque essere analizzata come una cupola di rotazione acuta ed aperta alla sommità, dall'inizio alla fine della costruzione (ma eventualmente capace di sopportare una lanterna relativamente leggera sopra l'occhio centrale) e le tensioni interne possono essere calcolate per ogni quota verso il compimento»<sup>10</sup>. Evidentemente Mainstone fa

open book, is not constant, but decreases (the book tends to close) towards the keystone. It's obvious that, if we put right-angled joining bricks across this half-open book edge, the two beds on either side, that have to be aligned on these bricks and, at the same time, have to form the above-mentioned dihedral angle, no longer do so, since each of these flat bricks is part of both beds. Therefore, the first row next to the corner slopes downwards, as if the dihedral had become flat.

“To counterbalance this rather important, and what seems unexpected, difficulty, each row is gradually brought to a flat position by increasing the thickness of the mortar. But then there was another problem: the beds were no longer aligned along the axis of the elliptic cylinder, because while on one side the rows of each side were no longer flat, but were slightly concave towards the top (and during construction this fault was more visible than it is for us), on the other, near the corners, this created a single centre of curvature on which the now no longer constant slopes converged from the different points of each of the beds. Consequently, since this centre replaced each axis of curvature of the eight sides, for each bed, it didn't create a pyramid but a conoid.”<sup>9</sup> (fig. 6)

Rowland Mainstone more recently examined the existence of conic beds from the point of view of static and, based on an observation by Leon Battista Alberti, theorised that Brunelleschi had built a circular dome inside the octagonal one. The circular dome was used during construction and gave stability to the whole building. The surplus parts are only overloads, i.e. dead weights. During one of his lectures, Mainstone said that the circular dome could be studied as if it were a ruled dome, pointed and open at the top, from the start to finish of construction (but if necessary, capable of supporting a fairly light lantern above the central oculus) and the internal tension could be calculated for every level towards the top.<sup>10</sup> Obviously Mainstone refers to Brunelleschi who, during construction of the dome, could see the ruled dome finished.

In the same book, he states that the nine rings of “horizontal arches” between the angle ribs and the intermediate ones, are surplus elements



7/ Rowland Mainstone, disegni della cupola di Santa Maria del Fiore (in «The Architectural», settembre 1977).

Rowland Mainstone, drawings of the dome of Santa Maria del Fiore (in "The Architectural", September 1977).

8/ Rowland Mainstone, disegno che mette in evidenza gli anelli continui circolari nella cupola interna (in «The Architectural», settembre 1977).

Rowland Mainstone, a drawing highlighting the unbroken circular rings in the inner dome (in "The Architectural", September 1977).

riferimento a Brunelleschi che, in fase di costruzione della cupola, poteva vedere la cupola di rotazione realizzata.

Nello stesso studio egli afferma che i nove anelli di «archi orizzontali», che si trovano fra i costoloni di spigolo e quelli intermedi, sono elementi eccedenti rispetto alla cupola di rotazione, serviti nel corso della costruzione come guida dei letti conici e per ottenere l'andamento delle corde blande (fig. 7, 8).

Salvatore Di Pasquale, partendo dagli studi di Mainstone, afferma che il Brunelleschi ha costruito la cupola come se fosse di rotazione. Tenendo conto che ciascuna vela è una porzione di cilindro ellittico, egli ritiene che le corde blande non sono altro che le intersezioni di coni aventi il vertice variabile sull'asse della cupola con la superficie cilindrica delle vele. Per questo motivo i filari dei mattoni non seguono «un andamento orizzontale, ma devono essere disposti secondo certe linee curve (corde blande), che nascono dall'intersezione della volta con le superfici coniche coassiali, che permettono di realizzare le cupole di rotazione»<sup>11</sup>.

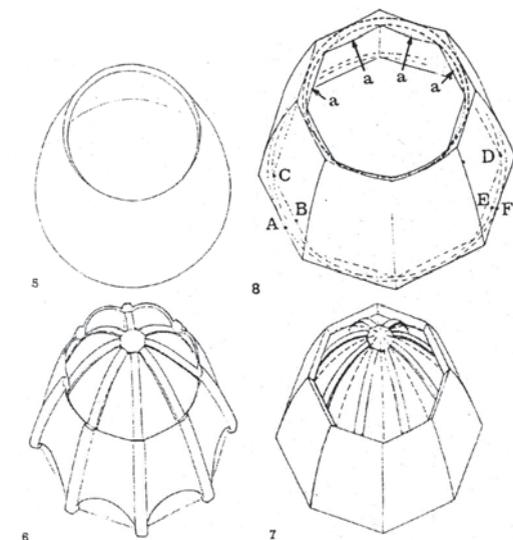
Secondo calcoli da noi eseguiti l'equazione del cilindro risulta essere la seguente:

$$x^2 + \frac{y^2}{\cos^2 \frac{\pi}{8}} - a^2 = 0 \quad \text{con } a = 36 \text{ m.}$$

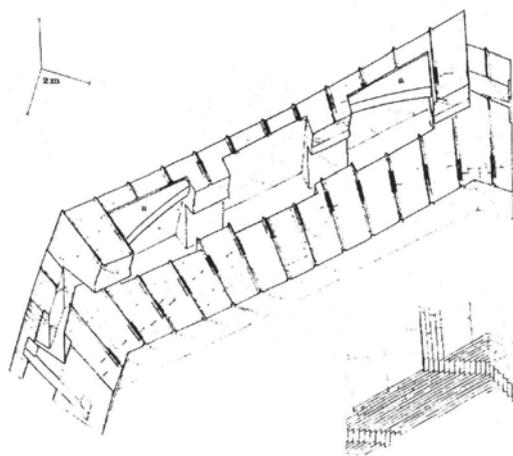
e quella del cono:

$$\tan^2 \alpha \cdot x^2 + y^2 - (z/h)^2 = 0$$

dove  $h$  è l'ordinata del vertice del cono (fig. 9). Pochi anni prima, Demore Quilghini<sup>12</sup>, riprendendo gli studi di Ximenes, afferma che le corde blande non sono altro che delle «loxodromiche ortogonali» ai meridiani. Tuttavia egli ritiene che, per ottenere tali curve nello spazio, le corde blande sono state realizzate sui piani tangenti alla superficie di ciascuna vela. In pratica, esse si ottengono fissandone approssimativamente il punto più basso in corrispondenza del punto medio del triangolo isoscele formato dalla generatrice del cilindro alla quota prefissata e dalle rette perpendicolari ai costoloni di spigolo. Egli fornisce poi dei calcoli per misurare l'errore commesso con



questa approssimazione, che risulta dell'ordine di pochi centimetri. Queste curve si possono approssimare ad archi di circonferenza appartenenti al piano tangente e aventi il vertice nel punto di intersezione delle tangenti ai costoloni negli estremi della corda blanda. Nel 1983 viene costruito, sotto la supervisione di Andrea Chiarugi<sup>13</sup>, un modello in mattoni a scala ridotta (il modello dell'ACMAR) che fa riferimento al modello teorico di Demore Quilghini. In realtà, infatti, Quilghini e Chiarugi elaborano la stessa teoria sulla tecnica costruttiva delle corde blande: il primo approfondisce in prevalenza l'aspetto teorico, il secondo quello pratico-esecutivo. Questo modello riproduce due vele contigue della cupola, ciascuna delle quali misura, alla base, 4,75 metri.



compared to the ruled dome, used during construction as a guide for the conic beds and to obtain the pattern of the slack-lines (figs. 7, 8). Based on Mainstone's studies, Salvatore Di Pasquale states that Brunelleschi built the dome as if it were a ruled dome. Taking into account that each side is a portion of the elliptic cylinder, he believes the slack-lines are just the intersections of the cones with a variable vertex along the axis of the dome with the cylindrical surface of the sides. For this reason, the row of the bricks do not follow "a horizontal pattern, but have to be arranged according to certain curved lines (slack-lines) that start at the intersection of the vault with the coaxial conic surfaces that generate the ruled domes."<sup>11</sup>

According to our calculations, this is the equation of the cylinder:

$$x^2 + \frac{y^2}{\cos^2 \frac{\pi}{8}} - a^2 = 0 \quad \text{with } a = 36 \text{ m.}$$

and the equation of the cone is:

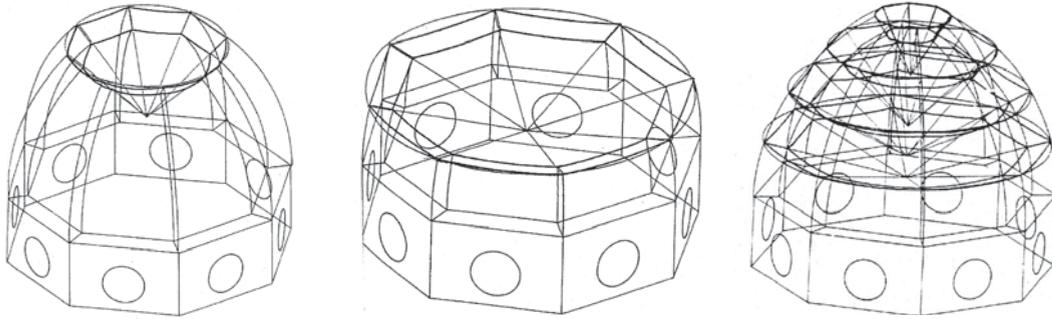
$$\tan^2 \alpha \cdot x^2 + y^2 - (z/h)^2 = 0$$

where  $h$  is the ordinate of the vertex of the cone (fig. 9).

A few years earlier, Demore Quilghini<sup>12</sup>, based on Ximenes' studies, stated that the slack-lines are simply "loxodromics orthogonal" to the meridians. However, he believes that, to achieve these curves in space, the slack-lines were built on planes tangent to the surface of each side. In practice, they were created by roughly fixing the lowest point corresponding to the mean point of the isosceles triangle created by the generatrix of the cylinder at an established height and by the straight lines perpendicular to the angle ribs. He provided calculations to measure the error caused by this approximation, which was only a few centimetres. These curves are similar to the circumference arcs of the tangent plane with a vertex at the intersecting point of the tangents with the ribs at the ends of the slack-line. In 1983, a reduced scale brick model (the ACMAR model) was built under the supervision of Andrea Chiarugi.<sup>13</sup> It is based

9/ Salvatore Di Pasquale, disegni che mettono in evidenza i coni e le corde blande a diverse quote.  
 9/ Salvatore Di Pasquale, drawings highlighting the cones and slack-lines at different heights.

10/ Secondo la teoria di Andrea Chiarugi la corda blanda ha una freccia di circa 0,7 metri, valore che risulta essere molto vicino a quello reale.  
 According to the theory by Andrea Chiarugi, the slack-line has a camber of approximately 0.7 metres, a figure that is very close to the real one.



Si legge negli scritti di questi due autori: «La costruzione dei costoloni d'angolo a guisa di archi, comporta infatti la necessità di un raccordo graduale dei filari dei mattoni lungo le vele in quanto, in quota, le superfici di stesa dei mattoni nei costoloni non risultano fra loro complanari, mentre una corretta apparecchiatura muraria richiede sempre una corretta immorsatura dei singoli elementi [...]». «Il Prof. Quilghini ed io abbiamo colto, nella ricordata disposizione dei fili, la creazione di un sistema di riferimento locale ad una generica quota sul piano tangente alla vela, realizzabile appunto con una squadra zoppa che materializzasse tre direzioni, di cui due fra loro ortogonali. «Ci è parso di cogliere finalmente, non solo la forma, ma soprattutto le modalità d'impiego del "gualandrino a tre corde". «Posta infatti un'asta della squadra secondo la tangente alla centina e l'asta incernierata lungo la generatrice della vela (lungo cioè la congiungente orizzontale di due punti corrispondenti di due costoloni contigui), la terza asta, ortogonale alla prima, individua esattamente, nel piano tangente alla vela prima definito, la normale alla direzione di avanzamento del costolone; risulta cioè appartenente al piano di stesa dei mattoni ed indica proprio la direzione secondo cui sfilare i corsi dei mattoni a partire dal costolone [...]». «Montati infatti i fili sopra ricordati, veniva posto a mo' di guida il mattone centrale del filare in modo che questo passasse per il punto a metà altezza del triangolo formato dai tre fili [...]». «Il modello è stato quindi completato arrestandosi ad una quota tale da evidenziare l'andamento della "corda blanda", senza peraltro raggiungere dei fuori piombo tali da rendere

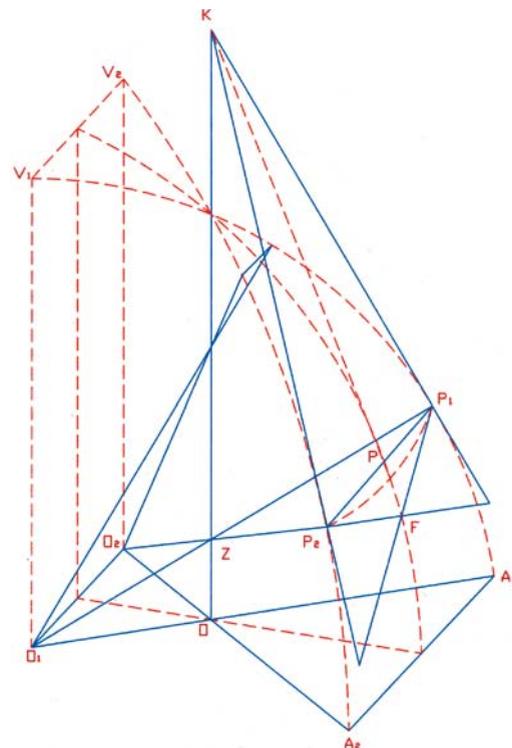
essenziale il mutuo sostentamento delle vele lungo i paralleli ortogonali [...]»<sup>14</sup>. Infatti, secondo calcoli da noi eseguiti, detti  $P_1$  e  $P_2$  gli estremi della corda blanda, si ha che (fig. 10):

$$P_1P_2 = 2 \sin \frac{\alpha}{8} \cos \alpha$$

Indicato con  $K$  il punto di intersezione delle rette tangenti ai costoloni nei punti  $P_1$  e  $P_2$  rispettivamente, otteniamo:

$$KP_1 = \frac{O_1A_1}{\cos \alpha}$$

Se indichiamo con  $F$  il punto di intersezione delle rette ortogonali ai costoloni in  $P_1$  e  $P_2$  e con  $P$  il punto medio della corda e poniamo



on the theoretical model by Demore Quilghini. In fact, Quilghini and Chiarugi elaborated the same theory on the techniques used to build the slack-lines: the former focused mainly on the theory, the latter on how they were built. The model reproduced two adjacent sides of the dome each measuring 4.75 m at the base. The two authors wrote: "The construction of the angle ribs disguised as arches involved gradually joining the rows of bricks along the sides, because the surface of the bricks of the ribs, in quota, are not coplanar, while a precise brick wall always requires each brick to be properly laid in a herring-bone fashion [...]". "Prof. Quilghini and I believe that the arrangement of the strings creates a local reference system on a generic quota of the plane tangent to the side that can be achieved by using a bevel protractor that creates three directions, two of which orthogonal. "We thought we could finally see not only the form, but above all the way in which the 'gualandrino a tre corde' was used. "Having placed one edge of the set square along the tangent of the centering and the hinged edge along the generatrix of the sides (i.e. along the horizontal line between the two points corresponding to the two adjacent ribs), the third edge, orthogonal to the first, locates exactly (in the plane tangent to the side thus created) the normal of the direction of progression of the rib; i.e. belonging to the bed of the bricks and indicating the direction in which the bricks have to be laid starting from the rib [...]". "Having built the above mentioned strings, the central brick of the row was used as a guideline, passing through the point half way up the triangle created by the three strings [...]". "The model was completed, but we stopped at a height that could emphasise the pattern of the 'slack-lines' without being so out of plumb so as to require the creation of a mutual support for the sides along the orthogonal parallels [...]".<sup>14</sup> In fact, according to our calculations,  $P_1$  and  $P_2$  at the ends of the "slack-line," give (fig. 10):

$$P_1P_2 = 2 \sin \frac{\alpha}{8} \cos \alpha$$

Indicating the intersecting point of the straight lines tangent to the ribs at  $P_1$  and  $P_2$

11/ Anche nei disegni di Paolo Alberti Rossi (*op. cit.*) l'autore rappresenta gli archetti di collegamento tra i costoloni intermedi di una medesima vela che non esistono nella realtà.

*In his drawings, Paolo Alberti Rossi (op. cit.) portrays the small joining arches between the intermediate ribs of the same side. In actual fact, they do not exist.*

il punto più basso della corda blanda nella metà del segmento  $PF$ , si ha che la freccia della corda blanda è data dal seguente valore:

$$f_1 = \frac{PF}{2} - \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{8} \cos \alpha \cos \alpha \sin \alpha}{2 \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{8} - \sin^2 \frac{\alpha}{8}}}$$

Il valore massimo della freccia si raggiunge in corrispondenza dell'angolo  $\varphi$ , pari a circa  $40^\circ$ , ed è di circa 0,70 m, valore coincidente con quello emerso dai rilievi effettuati sul modello reale.

La differenza fra il valore della lossodromia ortogonale e il valore calcolato in precedenza è data da:

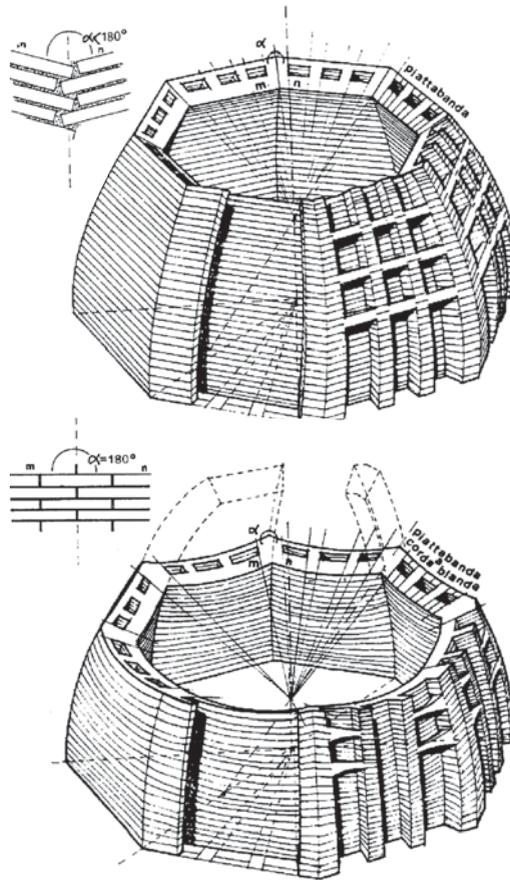
$$f_2 = \cos \alpha \cos \alpha \cos \alpha \frac{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{8} - \sin^2 \frac{\alpha}{8}}{\sin \alpha}$$

Tale valore al massimo è di circa 1 cm.

Un'altra ipotesi è quella avanzata da Paolo Alberto Rossi, secondo cui l'andamento a corda blanda dei filari di mattoni non significa affatto che la cupola sia di rotazione; costituisce solo un modo per eliminare gli angoli a «libro aperto» in corrispondenza degli otto costoloni di spigolo. Questa teoria è in opposizione con quelle elaborate da Di Pasquale (e di conseguenza con quelle del Mainstone) con il quale Rossi entra spesso in polemica nel suo libro *Le Cupole del Brunelleschi*<sup>15</sup>.

In realtà le corde blande costituiscono delle «piattabande curve», le quali, incuneandosi nella struttura a causa del loro stesso peso, si reggono reciprocamente, proprio come le piattabande. Le vele, quindi, sono composte da una serie di «piattabande curve», ciascuna delle quali «contiene, unite e distinte, le tre funzioni fondamentali della spina pesce: autoportanza, piattabanda, opposizione giusta e proporzionata alle forze orizzontali»<sup>16</sup>.

Secondo Rossi, la spinapesce ha assunto una grande importanza nella fase costruttiva, poiché ha permesso la realizzazione della cupola senza ricorrere all'uso delle centine (fig. 11). Per finire, Massimo Ricci<sup>17</sup> ha elaborato una regola costruttiva chiamata «la regola del fiore». Tale regola si basa su una famiglia di cur-



ve disegnate sull'impalcato di imposta della cupola, le quali non sono altro che archi di «concoide di Nicomede» e variano in funzione dell'altezza raggiunta dalla struttura, formando il cosiddetto «fiore» della regola.

Ricci sostiene che, raggiunta una determinata quota, due corde le quali, partendo dalle estremità dei costoloni di spigolo verso i rispettivi centri di quinto acuto, si intersecano individuano un punto generico  $P$  sull'asse della cupola (figg. 12-14). Per mezzo di una corda variabile, ma di lunghezza costante, che passa per il punto  $P$  e per un punto generico  $C$  del «fiore» corrispondente alla quota raggiunta, si ottiene il punto  $Q$  sulla cupola. Quando il punto  $C$  descrive il «fiore», il punto  $Q$  forma la corrispondente corda blanda. Secondo Ricci per controllare geometricamente la struttura si adoperava un filo a piombo, riferito a un «reticolo» formato da cordicelle tese nel piano di imposta; tale reticolo diventava essenziale in quanto serviva anche per

rispettivamente con la lettera  $K$ , gives:

$$KP_1 = \frac{O_1 A_1 \cos \alpha \sin \alpha}{\sin \alpha}$$

If we use  $F$  to indicate the intersecting point of the straight lines orthogonal to the ribs in  $P_1$  and  $P_2$  and use  $P$  as the mean point of the line and we put the lowest point of the slack line in the middle of segment  $PF$ , the camber of the slack-line is given by the following value:

$$f_1 = \frac{PF}{2} - \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{8} \cos \alpha \cos \alpha \sin \alpha}{2 \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{8} - \sin^2 \frac{\alpha}{8}}}$$

The maximum value of the camber corresponds to the angle  $\varphi$ , equal to approximately  $40^\circ$ , or 0.70 m, a value that coincides with the one recorded by the surveys on the real model. The difference between the value of the orthogonal loxodromy and the value previously calculated is given by:

$$f_2 = \cos \alpha \cos \alpha \cos \alpha \frac{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{8} - \sin^2 \frac{\alpha}{8}}{\sin \alpha}$$

At most, this value is approximately 1 cm.

Paolo Alberto Rossi has elaborated another theory according to which the slack-line pattern of the rows of bricks doesn't mean that the dome is a ruled dome; it's only a way to eliminate the «open book» corners of the eight large angle ribs. This theory contrasts with the one elaborated by Di Pasquale (and so also to Mainstone's) which Rossi often queries in his book, *Le Cupole di Brunelleschi*.<sup>15</sup>

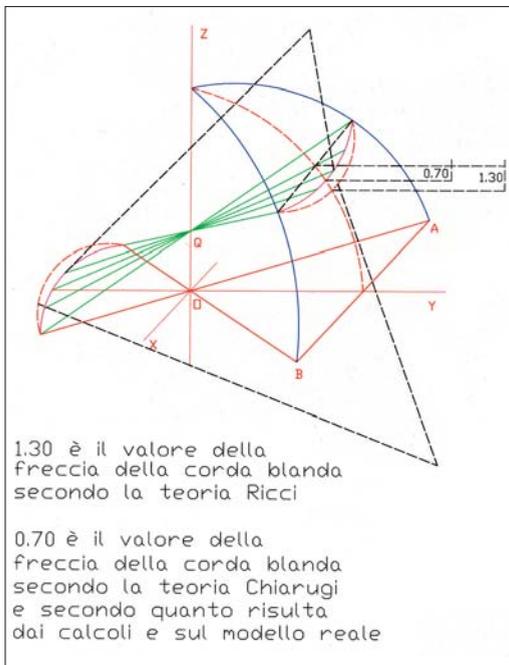
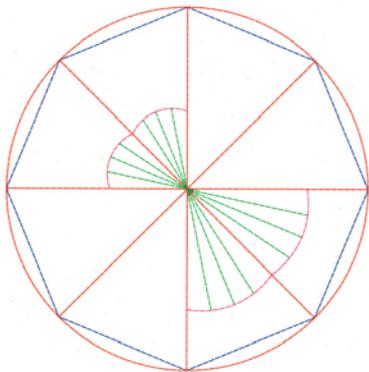
In fact, the slack-lines are actually «curved jack arches» which, wedged into the structure because of their weight, support each other, just like the jack arches. So the sides have a series of «curved jack arches», each of which «contain, united and distinct, the three fundamental functions of the herring-bone design: self-loadbearing, jack arch, correct proportional opposition to horizontal thrusts.»<sup>16</sup>

Rossi believes that the herring-bone design was very important during construction, because it meant that the dome could be build without using centering (fig. 11).

12/ Schema della cosiddetta «teoria del fiore» proposta da Massimo Ricci.  
*The diagram of the so-called "flower rule" proposed by Massimo Ricci.*

13/ Visualizzazione assonometrica della teoria del fiore e confronto tra il valore della corda blanda secondo Ricci, secondo le teorie di altri studiosi e quello reale.  
*Axonometric visualisation of the flower rule and a comparison between the value of the slack-line according to Ricci, based on the theories of other scholars, and the real value.*

14/ Valore della corda blanda secondo i calcoli di Andrea Chiarugi, di Massimo Ricci e quelli derivati dal nostro rilievo.  
*The value of the slack-line based on the calculations by Andrea Chiarugi, Massimo Ricci and the ones from our own survey.*



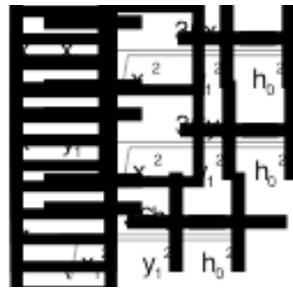
ottenere la rastremazione dei costoloni di spigolo e intermedi.  
 Dalla verifica analitica da noi eseguita le equazioni parametriche di uno degli otto archi che formano il fiore sono le seguenti:

$$\begin{cases} x_1 = [6\cos] \cos + d \tan \\ y_1 = [36\cos] \cos + d \end{cases}$$

con

dove

Si deve far notare che ciascuno di questi archi è una porzione di conchoide di Nicomede. Le equazioni delle corde blande secondo la regola del fiore del Ricci sono le seguenti:



dove  $h_0 =$

Fissato  $h_0$  al variare di  $x_1$  e  $y_1$  si ottengono le equazioni della corda blanda, secondo la teoria del Ricci, relativa alla quota  $h_0$ .

*In conclusion, Massimo Ricci<sup>17</sup> elaborated a building rule called "the flower rule." It is based on a family of curves drawn on the impost plane of the dome; these are simply "conchoid arches of Nicomedes." They vary according to the height of the structure, creating the so-called "flower" of the rule. Ricci believes that, at a certain height, two lines that start from the extremities of the angle ribs towards the respective pointed-fifth centres, intersect each other, creating a generic point P on the axis of the dome (figs. 12-14). Using a variable line with a constant length that passes through point P and a generic point C of the "flower" corresponding to the height reached, it's possible to find point Q of the dome. When point C describes the "flower," point Q creates the corresponding slack-line.*

*Ricci believes that to geometrically control the structure a plumb line was used with a "grid" made of small taut strings on the impost plane; this grid was important because it was used to obtain the tapering of the angle ribs and the intermediate ribs.*

*Based on our analytical study, the parametric equations of one of the eight arcs of the flower are shown below:*

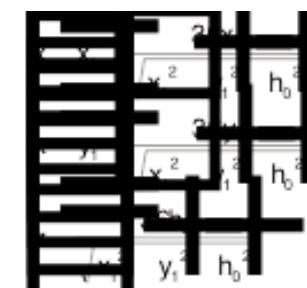
$$\begin{cases} x_1 = [6\cos] \cos + d \tan \\ y_1 = [36\cos] \cos + d \end{cases}$$

with

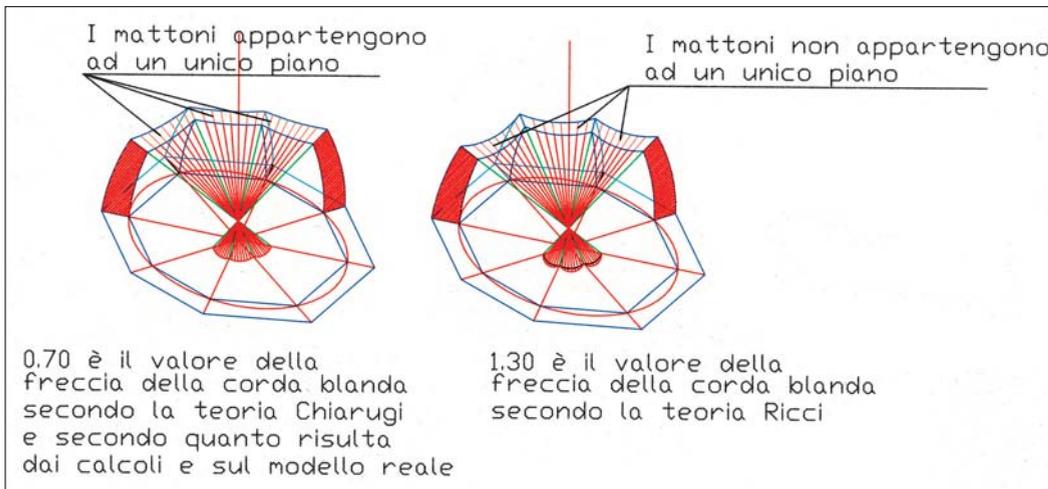
where

*It should be noted that each arc is a part of Nicomedes' conchoid.*

*These are the equations of the slack-lines according to Ricci's flower rule:*

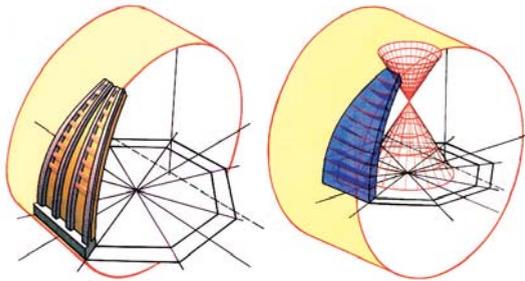


where  $h_0 =$



15/ Visualizzazione spaziale del cono e del cilindro ellittico dove la corda blanda risulta essere l'elemento comune tra i due solidi (a sinistra) e di una vela con indicazione degli archetti di collegamento tra i costoloni angolari e quelli mediani (a destra).

*Spatial visualisation of the cone and the elliptical cylinder where the slack-line seems to be the common element between the two solids (left) and of one side, showing the small joining arches between the corner ribs and the median ribs (right).*



### Conclusioni

Dall'analisi di quanto esposto dai vari studiosi, da puntuali verifiche analitiche e dallo studio della cupola reale possiamo osservare che Rowland Mainstone ha male interpretato la frase dell'Alberti. Infatti egli afferma che la cupola più semplice da costruire è quella di rotazione, cosa, per altro, sostenuta anche da Brunelleschi, che per questo motivo aveva proposto di edificare una cupola sferica. Tale proposta fu respinta perché troppo lontana dalla tradizione. D'altra parte, poiché la cupola fiorentina è a base ottagonale, noi riteniamo che Leon Battista Alberti si riferisca proprio a Santa Maria del Fiore quando parla di una cupola *sphericam angularem*; parole con le quali sembra alludere al fatto che Brunelleschi abbia edificato la sua cupola a padiglione (*angularem*) come se stesse costruendo una cupola di rotazione (*sphericam*).

L'ipotesi di Mainstone di una cupola sferica inglobata nella cupola ottagonale di Santa Maria del Fiore non può reggere se si considera che lo spessore di questa cupola interna non potrebbe superare i 70 centimetri, dimensione insufficiente a sostenere l'intera struttura; ricordiamo, infatti, che la cupola interna ha uno spessore di m 2,40 e la cupola esterna mediamente di cm 90.

Per quanto riguarda l'assetto murario risulta molto importante il documento di Giovanni Gherardo da Prato, che chiarisce la disposizione radiale dei filari di mattoni, convergenti verso i rispettivi centri di quinto acuto. Questi centri erano dunque importanti sia dal punto di vista della geometria globale, in quanto centri di curvatura dei costoloni, sia da punto di vista locale, in quanto indicavano le direzioni dei mattoni.

Per quanto riguarda l'impiego da parte di Bru-

16/ Modello della cupola di Santa Maria del Fiore eseguito dall'architetto Franco Gizdulich (1994). Gli archetti di collegamento tra i costoloni estremi e quelli intermedi di una medesima vela, non esistendo nella realtà, non sono stati rappresentati.

*Model of the dome of Santa Maria del Fiore by the architect Franco Gizdulich (1994). Since the small joining arches between the outer and intermediate ribs of the same side actually don't exist, they have not been inserted.*

nelleschi della catenaria, va ricordato che già Poleni<sup>18</sup> aveva riconosciuto questa forma come la più adatta a un arco che debba sostenere il proprio peso. Ximenes, che riprende questa osservazione, sottolinea il fatto che Brunelleschi, pur non potendo conoscere la catenaria, definita analiticamente solo nel 1696 da Bernoulli, possedeva esperienza sufficiente a intuirne l'andamento e a individuarlo come il più adatto per la sua cupola. Lo studioso non commenta, invece, l'uso delle centine, dando probabilmente per scontato, come abbiamo già detto, quanto il Nelli aveva affermato nel suo libro, pubblicato quattro anni prima<sup>19</sup>. Per quanto riguarda la geometria della cupola, riteniamo che essa si basi sul cilindro ellittico e sul cono, la cui intersezione individua le cosiddette corde blande e, più precisamente, l'andamento secondo cui sono disposti i mattoni (fig. 15).

L'apparecchiatura muraria della cupola è oggetto di un attento studio di Piero Sanpaollesi, che analizza anche gli spessori della malta e l'inclinazione dei letti di posa, cercando di individuare la geometria delle curve (corde blande). Egli fu il primo a osservare che se i mattoni fossero stati allineati secondo le ge-



*Establishing  $h_0$  according to the variations of  $x_1$  and  $y_1$  gives the equations of the slack-lines, based on Ricci's theory, relative to the height  $h_0$ .*

### Conclusions

*Having examined the studies of these scholars, investigated precise analytical surveys and studied the actual dome, we can say that Rowland Mainstone incorrectly interpreted what Alberti wrote. In fact, he says that the easiest dome to build is a ruled dome. Brunelleschi was also of this opinion and that's why he proposed to build a spherical dome. This proposal was rejected because it was so different from traditional methods. Yet since the Florentine dome is octagonal, we believe that Leon Battista Alberti refers to Santa Maria del Fiore when he talks about a sphericam angularem dome; this seems to refer to the fact that Brunelleschi built his angular dome (angularem) as if he was building a ruled dome (sphericam).*

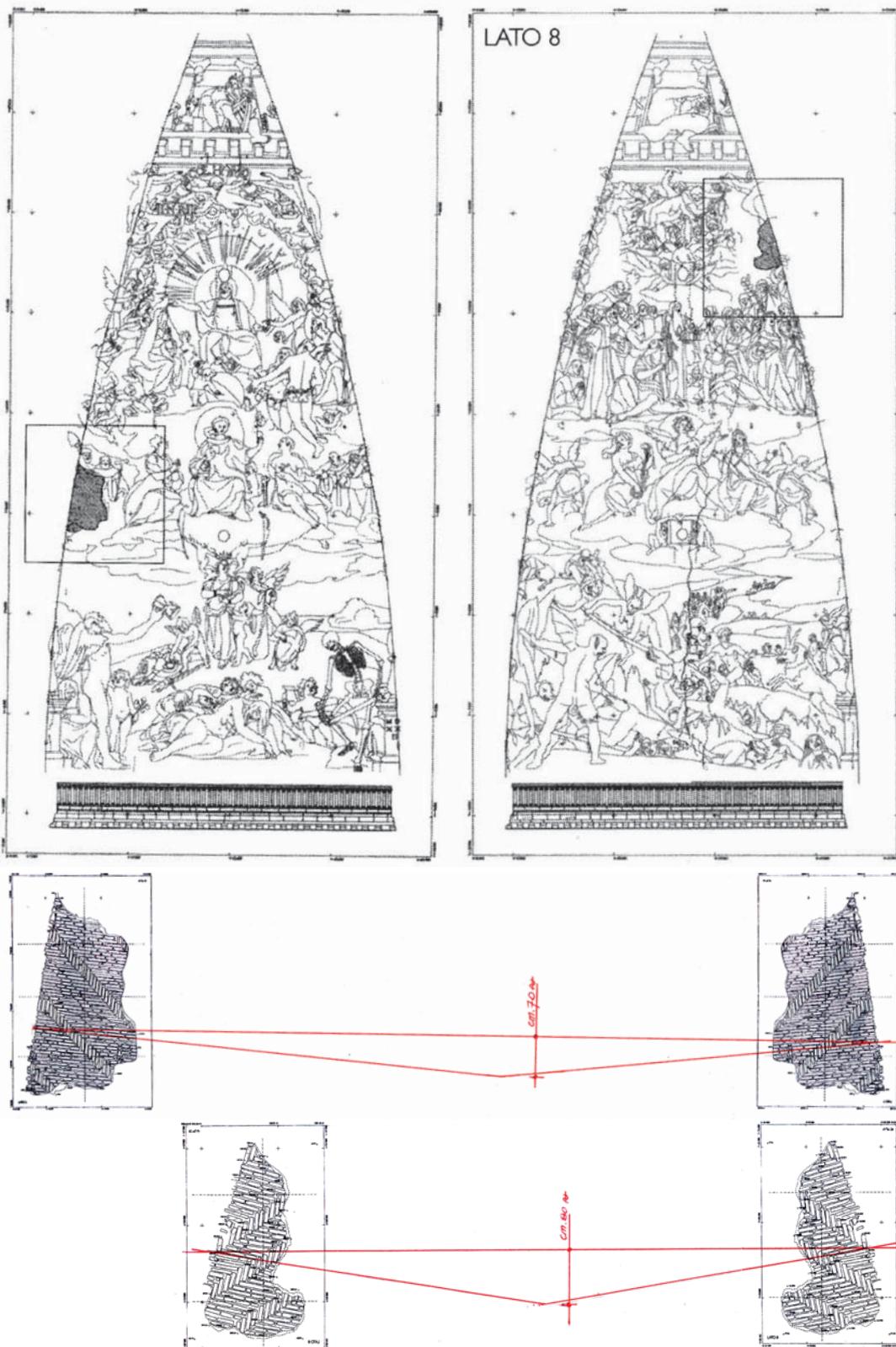
*Mainstone's theory of a spherical dome inside the octagonal dome of Santa Maria del Fiore doesn't hold up if you consider that the thickness of this inner dome couldn't be more than 70 centimetres, insufficient to support the whole structure; in fact, the internal dome has a width of 2.40 m while the external shell has an average thickness of 90 cm.*

*A document by Giovanni Gherardo da Prato provides very important information about the wall structure. It clarifies the ring of the rows of bricks that converge towards the respective pointed-fifth centres. The latter were important from the point of view of the overall geometry, insofar as they were the centre of curvature of the ribs locally indicating the direction of the masonry.*

*With regard to Brunelleschi's use of the stone chain method, we should recall that Poleni<sup>18</sup> had recognised this method was the most suited to an arch that has to support its own weight. Ximenes picks up on this observation, underlining the fact that even though Brunelleschi couldn't have known about the stone chain method analytically defined in 1696 by Bernoulli, he did have enough experience to understand how it worked and choose it as the most appropriate for his dome. Instead, the scholar doesn't comment of the use*

17/ Posizione della tessitura della spina pesce lato 5 e lato 8.  
Il rilievo fotogrammetrico è stato eseguito  
dalla FOART di Parma (da R. Dalla Negra, a cura di,  
*La Cupola di Santa Maria del Fiore*.  
*Il rilievo fotogrammetrico*, Livorno, Sillabe, 2004).  
*Position of the herring-bone texture, side 5 and side 8*.  
*The photogrammetric survey was carried out by the FOART*  
*(Parma) (from R. Dalla Negra, edited by,*  
*La Cupola di Santa Maria del Fiore*.  
*Il rilievo fotogrammetrico, Leghorn, Sillabe, 2004).*

18/ Verifica del valore della freccia della corda blanda alla quota  
di 19,30 che risulta di circa 0,7 m (da R. Dalla Negra, *op. cit.*).  
*When measured, the value of the camber of the slack-line*  
*at a height of 19.30 meters was approximately 0.7 m*  
*(from R. Dalla Negra, op. cit.).*  
19/ Verifica del valore della freccia della corda blanda  
alla quota di 18,40 che risulta di circa 0,8 m  
(da R. Dalla Negra, *op. cit.*).  
*When measured, the value of the camber of the slack-line at a height of*  
*18.40 meters was approximately 0.8 m (from R. Dalla Negra, op. cit.).*



of centering, probably taking for granted, as we mentioned earlier, what Nelli stated in his book published four years earlier.<sup>19</sup>

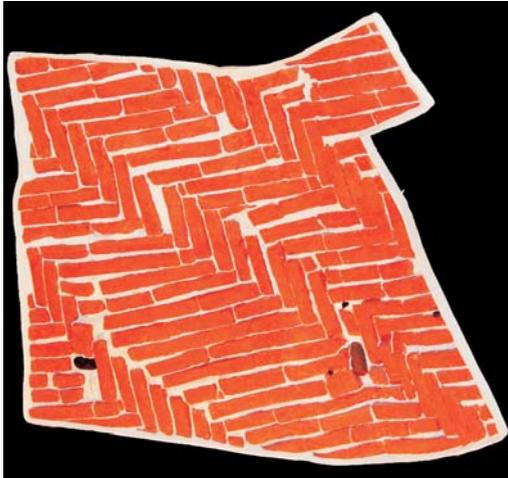
With regard to the dome's geometry, we believe it is based on an elliptical cylinder and cone; the intersection establishes the so-called slack-lines and, to be more precise, the arrangement of the bricks (fig. 15).

The masonry of the dome was carefully studied by Piero Sanpaolesi who examined the thickness of the mortar and the slope of the beds, trying to establish the geometries of the curves. He was the first to note that, if the bricks were aligned according to the generatrices of the elliptical cylinder, they would have formed dihedral angles (the so-called "open book" angles) at the angle ribs: these angles increased as the dome got higher. Since these angles generated tension in the edges, this would have been very dangerous for the structure's static. Having studied the Baptistery of San Giovanni, Brunelleschi was well acquainted with this problem. But if the external structure was sufficient to balance the tensions in the Baptistery, this wouldn't have happened in the dome. The alignment of the bricks along the slack-line means that, in correspondence with the ribs, the rows of two adjacent parts are placed on the same plane, orthogonal to the rib itself.

However, Sanpaolesi doesn't explain the rule used by Brunelleschi to achieve the slack-lines. Paolo Alberto Rossi believes that the loxodromic slack-lines are orthogonal to the meridians; according to Salvatore Di Pasquale, they are created by the intersection of a variable cone with the elliptical cylinders of the sides. Our calculations show that the theories by Rossi and Di Pasquale establish two mainly coinciding curves; we calculated that there was a maximum divergence of 0.4 degrees. We would also like to recall that Rossi's loxodromics theoretically coincide with the slack-lines mentioned by Ximenes and Chiarugi-Quilghini.

Finally, the flower rule invented by Massimo Ricci is quite imaginative and these slack-lines approximate the pattern in the cylindrical surface of each side of the dome fairly well. Moreover, the survey of the sides of the dome found that the two adjacent

20/ Calco di un settore intradossale della cupola interna realizzato durante i restauri degli affreschi di Vasari eseguiti nel 1985 (da R. Dalla Negra, *op. cit.*).  
*The model of a part of the intrados of the inner dome made during the 1985 restoration of the frescoes by Vasari (from R. Dalla Negra, *op. cit.*).*



neratrici del cilindro ellittico, avrebbero formato in corrispondenza dei costoloni di spigolo degli angoli diedri (i cosiddetti «libri aperti») che aumentavano man mano che la cupola saliva. Tali angoli, generando tensioni in corrispondenza degli spigoli, sarebbero risultati molto pericolosi per la statica della struttura. Brunelleschi, avendo studiato il Battistero di San Giovanni, conosceva bene questo problema. Ma se nel Battistero la struttura esterna era tale da bilanciare le tensioni, ciò non si sarebbe verificato nella cupola. L'alli-

21/ Modello realizzato dall'architetto Franco Gizdulich (2005) che dimostra come per vele contigue il piano di giacitura dei mattoni è il medesimo.  
*The model by the architect Franco Gizdulich (2005) showing how the brick beds of adjacent sides are the same.*

neamento dei mattoni lungo la corda blanda fa sì che, in corrispondenza dei costoloni, i filari di due vele contigue giacciono su uno stesso piano, ortogonale al costolone stesso. Tuttavia Sanpaolesi non spiega la regola con cui il Brunelleschi ha realizzato le corde blande. Paolo Aberto Rossi ritiene le corde blande lossodromiche ortogonali ai meridiani; secondo Salvatore Di Pasquale esse sono generate dall'intersezione di un cono variabile con i cilindri ellittici delle vele. I nostri calcoli mostrano che le ipotesi di Rossi e Di Pasquale individuano due curve sostanzialmente coincidenti, con una divergenza massima che abbiamo calcolato pari a 0,4 gradi. Vorremmo, inoltre, ricordare che le lossodromiche di Rossi coincidono, dal punto di vista teorico, con le corde blande di Ximenes e Chiarugi-Quilghini. Infine, la regola del fiore elaborata da Massimo Ricci risulta abbastanza suggestiva e le corde blande così individuate approssimano abbastanza bene l'andamento della superficie cilindrica di ciascuna vela della cupola. Notiamo che dal rilievo delle vele della cupola si riscontra che due corde blande contigue si raccordano secondo un angolo piatto, come, d'altra parte, ipotizzato da altre teorie. Invece, pren-

*slack-lines generally end in a flat angle, as suggested by other theories. Instead, as calculated by Ricci, they intersect at an angle of approximately 167 degrees when  $\varphi = 40^\circ$ , where  $\varphi$  is the angle created by the horizontal plane and by the straight line that joins one end of the slack-line with the centre of the pointed fifth. Furthermore, according to Ricci, the camber determined by the slack-lines has a maximum measurement of about 1.30 m, much greater than the figure obtained if the theories of other scholars were applied, and very different from the figure obtained from the survey, approximately 0.70 cm.*

1. See Massimo Ricci, L'accusa di Giovanni di Gherardo Gherardi a Filippo Brunelleschi: spiegazione integrale della pergamena, dei disegni e relativi contenuti tecnici, *Florence, Salimbeni, 1987*.

2. Leon Battista Alberti, On the Art of Building in Ten Books, *Book III, chap. XIV, pgs. 85, 86, trans. by Joseph Rykwert, Cambridge Mass., The MIT Press, 1988*.

3. Leonardo Ximenes, Del vecchio e nuovo gnomone fiorentino e delle osservazioni astronomiche fisiche ed architettoniche fatte nel verificarne la costruzione libri 4 ..., *Florence, Stamperia imperiale, 1757*.

4. Ximenes, *op. cit., book I, chap. I, p. 7*.

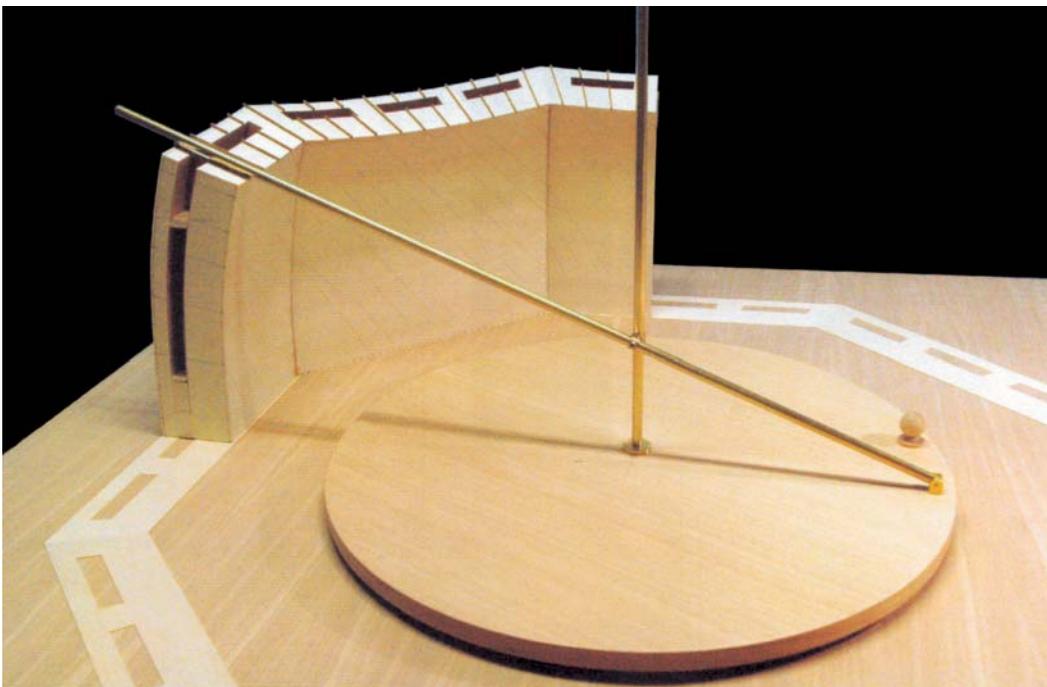
5. Ximenes, *op. cit., book II, chap. V, p. 156*.

6. Ximenes, *op. cit., book II, chap. V, p. 157, 158*.

7. Giovanni Poleni, Memorie storiche della gran cupola del tempio Vaticano, e de' danni di essa, e de' restauramenti loro, divise in libri cinque ..., *Numbered anastatic reproduction, Rome, 1988*.

8. Giovanni Battista Nelli, Piante ed alzati interiori ed esterni dell'insigne chiesa di S. Maria del Fiore metropolitana Fiorentina, misurati e delineati dal senatore Gio. Batista Nelli ..., *Florence, stamperia Mouckiana, 1755, in Cesare Guasti, La Cupola di Santa Maria del Fiore illustrata con i documenti dell'Archivio dell'Opera secolare ..., Florence, Barbera Bianchi e Comp., 1857, anastatic reproduction, Bologna, A. Forni, 1974, Doc. 391, pgs. 171 & foll.*

9. Piero Sanpaolesi, La cupola di Santa Maria del Fiore: il progetto. La costruzione, *Rome, Istituto Poligrafico Dello Stato, 1941, p. 84*.



dendo in esame la teoria del Ricci, esse si intersecano secondo un angolo di circa 167 gradi in corrispondenza a  $\varphi = 40^\circ$ , dove  $\varphi$  è l'angolo formato dal piano orizzontale e dalla retta che unisce un estremo della corda blanda con il centro di quinto acuto. Inoltre, secondo la teoria del Ricci, la freccia determinata dalle corde blande raggiunge un valore massimo di circa 1,30 m, ben maggiore di quello che si ottiene applicando le teorie di altri studiosi e lontano dal valore riscontrato sul rilievo effettuato sulla cupola, che è di circa 0,70 m.

□ Roberto Corazzi – Dipartimento di Progettazione dell'architettura, Università degli Studi di Firenze

□ Giuseppe Conti – Dipartimento di Matematica e Applicazioni per l'Architettura, Università degli Studi di Firenze

1. Vedi Massimo Ricci, *L'accusa di Giovanni di Gherardo Gherardi a Filippo Brunelleschi: spiegazione integrale della pergamena, dei disegni e relativi contenuti tecnici*, Firenze, Salimbeni, 1987.

2. Leon Battista Alberti, *L'architettura*, libro III, capo XIV, *passim*, testo latino e traduzione a cura di G. Orlandi, introduzione e note di P. Portoghesi, Milano, Il Polifilo, 1996.

3. Leonardo Ximenes, *Del vecchio e nuovo gnomone fiorentino e delle osservazioni astronomiche fisiche ed architettoniche fatte nel verificarne la costruzione libri 4 ...*, Firenze, Stamperia imperiale, 1757.

4. Ximenes, *op. cit.*, libro I, capo I, p. 7.

5. Ximenes, *op. cit.*, libro II, capo V, p. 156.

6. Ximenes, *op. cit.*, libro II, capo V, pp. 157, 158.

7. Giovanni Poleni, *Memorie storiche della gran cupola del tempio Vaticano, e de' danni di essa, e de' ristoramenti loro, divise in libri cinque ...*, Riproduzione anastatica numerata, Roma, 1988.

8. Giovanni Battista Nelli, *Piante ed alzati interiori ed esterni dell'insigne chiesa di S. Maria del Fiore metropolitana Fiorentina, misurati e delineati dal senatore Gio. Battista Nelli ...*, Firenze, stamperia Mouckiana, 1755, in Cesare Guasti, *La Cupola di Santa Maria del Fiore illustrata con i documenti dell'Archivio dell'Opera secolare ...*, Firenze, Barbera Bianchi e Comp., 1857, ristampa anastatica, Bologna, A. Forni, 1974, Doc. 391, pp. 171 e segg.

9. Piero Sanpaolesi, *La cupola di Santa Maria del Fiore: il progetto. La costruzione*, Roma, Istituto Poligrafico Dello Stato, Libreria, 1941, p. 84.

10. Rowland Mainstone, *Brunelleschi's Dome of S. Maria del Fiore and some related structures*, lettura per lo Science Museum di Londra, 1970.

11. Salvatore Di Pasquale, *La costruzione della cupola di Santa Maria del Fiore*, Venezia, Biblioteca Marsilio, 1992.

12. Demore Quilghini, *La cupola del Brunelleschi. La geometria*, in «Ingegneri Architetti Costruttori», settembre 1984.

13. Andrea Chiarugi, *La cupola del Brunelleschi. Problemi di tracciamenti e costruzione: il modello dell'ACMAR*, in «Ingegneri Architetti Costruttori», settembre 1984.

14. Demore Quilghini, Andrea Chiarugi, *Tracciamento della cupola del Brunelleschi. Muratori e geometria*, in «Critica d'Arte», XLIX, s. IV, n. 3, 1984, pp. 38-47.

15. L'autore tratta diffusamente del concetto di piattabanda e dell'applicazione che ne fa il Brunelleschi nella cupola fiorentina. Si veda a tal proposito Paolo Alberto Rossi, *Le otto piattabande curve. Segreti costruttivi della cupola del Brunelleschi*, Firenze, Eurocopia, p. 9 e anche *La cupola di santa Maria del Fiore* in «Critica d'Arte», nn. 157-159, 1978, pp. 93-94.

16. Paolo Alberto Rossi, *Principi costruttivi nella Cupola di Santa Maria del Fiore*, in «Critica d'arte» XLIII, 1978, pp. 85-118.

17. Massimo Ricci, *Il fiore di Santa Maria del Fiore*, Firenze, Alinea, 1983.

18. Giovanni Poleni, *op. cit.*, libro I, artt. 56 e segg.

19. Giovanni Battista Nelli, *op. cit.*, Doc. 391, pp. 171 e segg.

10. Rowland Mainstone, *Brunelleschi's Dome of S. Maria del Fiore, reading for the London Science Museum*, 1970.

11. Salvatore Di Pasquale, *La costruzione della cupola di Santa Maria del Fiore*, Venice, Marsilio Library, 1992.

12. Demore Quilghini, *La cupola del Brunelleschi. La geometria*, in «Ingegneri Architetti Costruttori», September 1984.

13. Andrea Chiarugi, *La cupola del Brunelleschi. Problemi di tracciamenti e costruzione: il modello dell'ACMAR*, in «Ingegneri Architetti Costruttori», September 1984.

14. Demore Quilghini, Andrea Chiarugi, *Tracciamento della cupola del Brunelleschi. Muratori e geometria*, in «Critica d'Arte», XLIX, s. IV, n. 3, 1984, pgs. 38-47.

15. *The author examines the concept of jack arches and the use Brunelleschi makes of them during the construction of the Florentine dome. See Paolo Alberto Rossi, Le otto piattabande curve. Segreti costruttivi della cupola del Brunelleschi*, Florence, Eurocopia, p. 9 and also *La cupola di santa Maria del Fiore* in «Critica d'Arte», nn. 157-159, 1978, pgs. 93-94.

16. Paolo Alberto Rossi, *Principi costruttivi nella Cupola di Santa Maria del Fiore*, in «Critica d'arte» XLIII, 1978, pgs. 85-118.

17. Massimo Ricci, *Il fiore di Santa Maria del Fiore*, Florence, Alinea, 1983.

18. Giovanni Poleni, *op. cit.*, book I, articles 56 & foll.

19. Giovanni Battista Nelli, *op. cit.*, Doc. 391, pgs. 171 & foll.

Livio Sacchi

## Il rilevamento di Palazzo Mattei di Giove a Roma



Allo scadere del XVI secolo, per l'esattezza nel 1599, Carlo Maderno pone mano alla realizzazione del palazzo del marchese Asdrubale Mattei, duca di Giove, erede di un'antica famiglia romana cui probabilmente appartennero papi quali Innocenzo II o Gregorio IX, oltre a una lunga serie di influenti cardinali. L'edificio, che sarà completato soltanto nel 1622, è destinato a occupare un esteso lotto d'angolo all'interno di una importante *insula* del centro storico di Roma, originariamente tutta di proprietà della famiglia e perciò chiamata «insula Mattei» come l'attigua piazza. Il palazzo è infatti l'ultimo di una serie di edifici realizzati nella zona in tempi diversi dai diversi membri della famiglia: è anzi, in particolare, con il suo impianto a L, quello destinato a chiudere l'isolato, proprio di fronte alla facciata laterale della chiesa di Santa Caterina dei Funari, che una trentina d'anni prima era stata ricostruita da Guidetto Guidetti al di sopra di una preesistenza medievale. Il palazzo è notevole per una serie di ragioni. All'esterno, per la bella facciata che si rifa apertamente a quella di palazzo Farnese. All'interno, per le qualità spaziali – l'altezza del vestibolo supera i 12 m – e distributive del grande appartamento del piano nobile, oggi utilizzato dal Centro studi americani, ai cui affreschi lavorano molti artisti eccellenti: da Gaspare Celio ai migliori allievi della scuola di Annibali Carracci, coordinati da Francesco Albani, da Giovanni Lanfranco a Pietro da Cortona (che nel soffitto della galleria inserisce due spettacolari quadri che anticipano la sua maniera matura: *Salomone costruisce il tempio* e *L'incontro di Salomone e della regina di Saba*). Ma anche per l'interessante doppio ingresso, uno su via Caetani, in asse con lo

scalone principale, e l'altro su via di Santa Caterina dei Funari, in asse con il cortile. Quest'ultimo costituisce la parte più spettacolare dell'intera fabbrica, segnato com'è da un arioso e imponente portico voltato cui si sovrappone un doppio ordine loggiato, aperto al piano nobile e chiuso ai due livelli superiori; ma soprattutto è notevole, nel suo insieme, per essere strutturato come un vero e proprio preziosissimo museo che, seguendo una moda tipica del grande manierismo romano, esibisce rilievi e sculture a tutto tondo facenti parte della ricca collezione accumulata nel tempo dai proprietari.

Rilevare e rappresentare un edificio di tale qualità architettonica è di per sé fonte di grande soddisfazione. Il livello di conoscenza che ne deriva va molto al di là di ogni ricerca storica: il rilievo consente di penetrare i segreti del mestiere; fa toccare con mano la materia viva dell'architettura; permette di verificare la dialettica, inevitabile e talvolta conflittuale, fra progetto ed esecuzione, fra teoria e prassi, fra l'astrattezza dell'idea e la concretezza della realtà costruita; rende testimonianza del trascorrere del tempo e ci obbliga ad ammettere che il passato dell'architettura è anche, comunque, il suo presente (non diversamente da ogni altra storia dell'arte che, come ci ricorda Argan, si differenzia dalla storia degli accadimenti proprio per l'essere «in presenza» dell'opera).

Ma, al di là di queste e delle molte altre possibili considerazioni in proposito, va detto che la questione è oggi un po' più articolata di quanto si possa pensare a prima vista. Le tecnologie digitali in generale, e l'uso del laser scanner in particolare, consentono, com'è noto, restituzioni di grande qualità scientifica e le molte possibili rappresentazioni che ne derivano possono essere utilmente orientate verso i diversi obiettivi che ci si prefigge. Hanno anche necessariamente modificato il nostro rapporto con la tradizionale teoria degli errori e, in misura minore, con la nota questione dell'oggettività e della soggettività del rilievo. Ma, analogamente a quanto è avvenuto nei campi più diversi, la loro introduzione ha soprattutto rivoluzionato le stesse basi della metodologia del rilevamento: non più operazione in cui si parte da una «discretizzazione» concettuale

### *The survey of Palazzo Mattei di Giove in Rome*

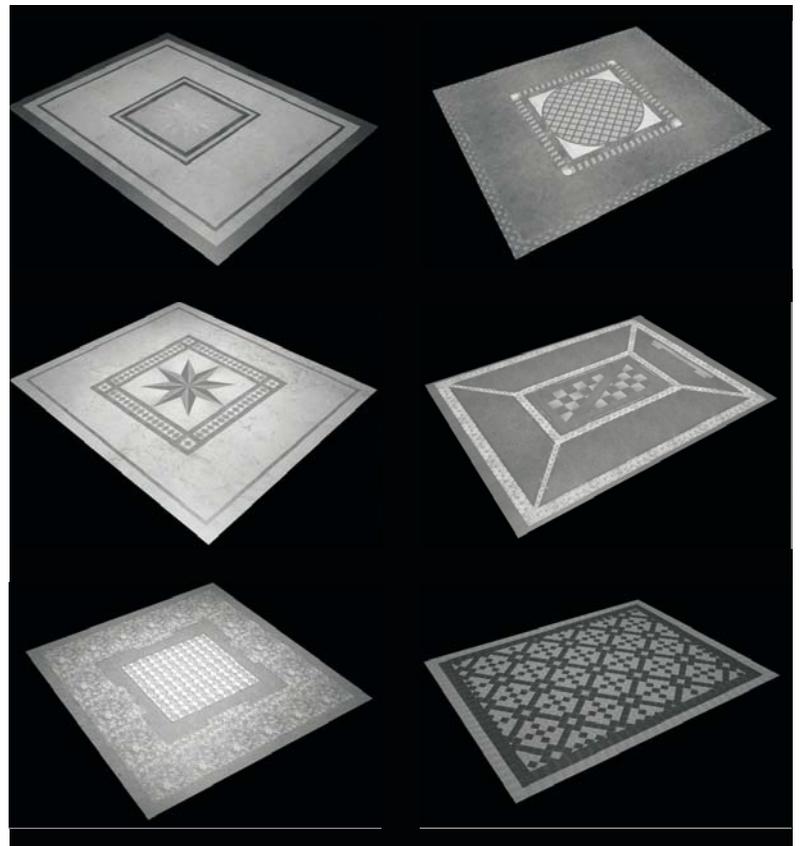
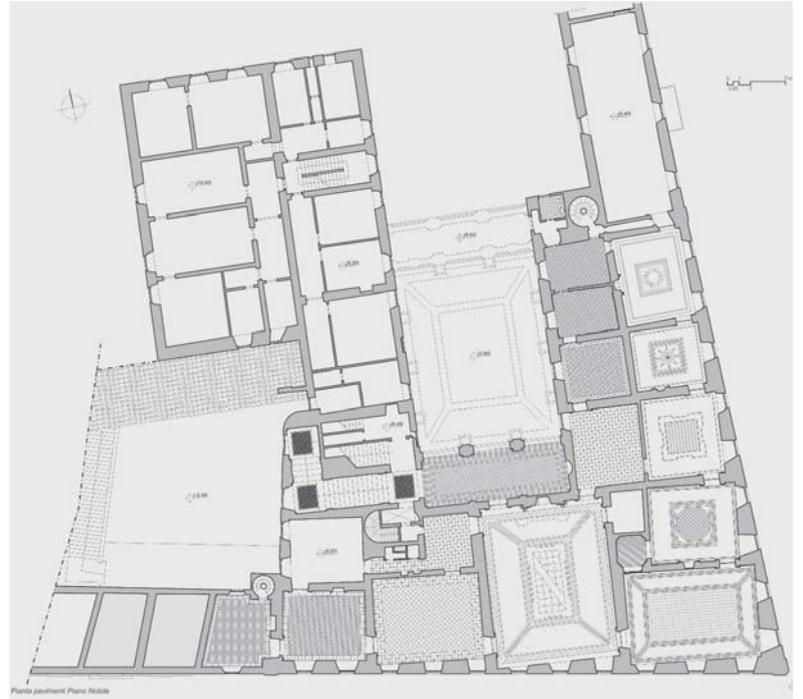
*At the end of the sixteenth century, in 1599 to be more precise, Carlo Maderno began work on a palazzo for Marquis Asdrubale Mattei, Duke of Giove, heir of an ancient Roman family to which Pope Innocence II or Pope Gregory IX probably belonged as did a long list of influential cardinals. The building, finished only in 1622, was located on a big plot of land on the corner of an important insula in the historical centre of Rome. The whole plot, as well as the adjacent square, originally belonged to the Mattei family and was known as the insula Mattei. The Palazzo is the last of many buildings built over the years in this area by different family members: its L-shaped plan was used to close off the block in front of the side façade of the church of S. Caterina dei Funari that had been built by Guidetto Guidetti on the remains of a medieval ruin some thirty years earlier.*

*There are many reasons why this building is remarkable: the beautiful façade that brazenly imitates that of Palazzo Farnese; the spatial qualities – the vestibule is over 12 m high – and layout of the big apartment on the piano nobile, used today by the Centro Studi Americani and the frescoes painted by many talented artists including Gaspare Celio, the best pupils of the school of Annibali Carracci co-ordinated by Francesco Albani, Giovanni Lanfranco, Pietro da Cortona (whose two spectacular paintings on the ceiling of the gallery heralds his mature style: Solomon building the temple and The meeting of Solomon and the Queen of Sheba). There is an interesting double entrance, one on Via Caetani, facing the main staircase, and the other on Via S. Caterina dei Funari, facing the courtyard, the most spectacular part of the building. It has an airy and imposing vaulted portico with a double-order loggia, open on the piano nobile and closed on the two upper floors. The entire building is remarkable, above all, for having been designed as a delightful museum that, in the typical fashion of Roman mannerism, exhibits reliefs and free-standing sculptures as part of the extensive collection the owners have put together over the years. To survey and represent such an architecturally*

1/ *Pagina precedente.* Giuseppe Vasi, veduta di palazzo Mattei a Roma dalla piazza.  
*Previous page. Giuseppe Vasi, Palazzo Mattei in Rome.*

2/ Roma, Palazzo Mattei. Pianta del piano nobile con la proiezione della decorazione dei soffitti.  
*Rome, Palazzo Mattei. Plan of the piano nobile with the projection of the ceiling decorations.*  
 3/ Roma, Palazzo Mattei. Restituzione infografica delle decorazioni dei soffitti.  
*Rome, Palazzo Mattei. Infographic restitution of the ceiling decorations.*

4/ Roma, Palazzo Mattei. Pianta del piano nobile con il disegno della pavimentazione.  
*Rome, Palazzo Mattei. Plan of the piano nobile with the floor pattern.*  
 5/ Roma, Palazzo Mattei. Restituzione infografica del disegno delle pavimentazioni.  
*Rome, Palazzo Mattei. Infographic restitution of the floor pattern.*



6/ Roma, Palazzo Mattei. Prospetto su via dei Funari.  
Restituzione grafica al tratto.

Rome, Palazzo Mattei. Façade along Via dei Funari.  
Graphic restitution without shading.

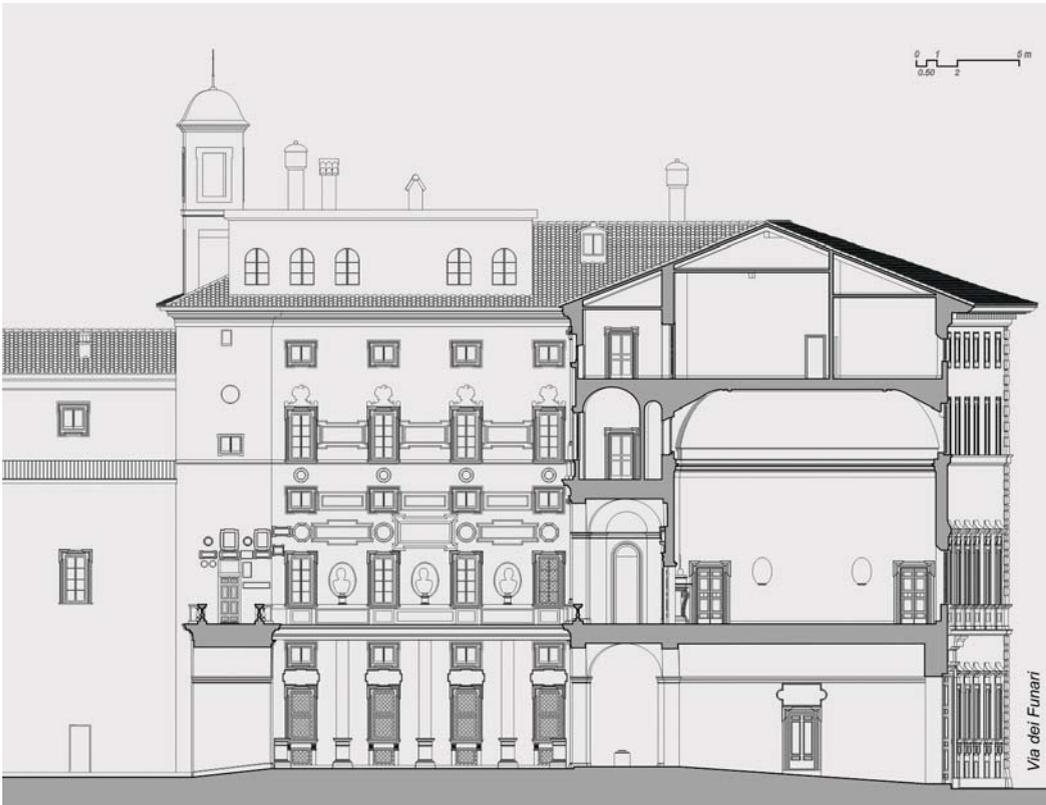
7/ Roma, Palazzo Mattei. Prospetto su via dei Funari,  
dal modello tridimensionale.

Rome, Palazzo Mattei. Façade along Via dei Funari,  
from the three-dimensional model.

che astrae enti geometrici finiti dal *continuum* della materia fisica dell'architettura per poi misurarli e rappresentarli convenientemente, quanto piuttosto indiscriminata, rapida acquisizione di dati numerici che, solo in un secondo momento, vengono selezionati in vista della definizione di un modello geometrico. Sui risvolti che ciò ha sulla maggiore o minore consapevolezza del rilevatore e sulla stessa funzione gnoseologica dell'operazione si potrebbe ragionare a lungo. Va anche detto che tale inversione concettuale ha avuto significativi risvolti sulle stesse procedure creative degli architetti contemporanei, portati spesso a progettare «rilevando» un modello fisico tridimensionale precedentemente prodotto. Resta comunque il fatto che la nuvola di punti rilevati, più o meno rigorosamente approssimata a seconda delle necessità, determina un modello tridimensionale praticamente e facilmente utilizzabile nei modi più diversi. La complessità, e la quantità dei punti da rilevare, non è dunque più un problema: le superfici «complesse» – quelle, per esempio degli archi e delle volte, delle grandi coperture della modernità o, ancor più, quelle degli elementi scultorei che fanno tradizionalmente parte della conformazione dell'architettura – sono rilevabili con la stessa facilità con cui si rilevano le superfici «semplici» della geometria elementare. Le qualità delle tessiture materiche e visive di tali superfici, quelle che in fondo determinano la loro immediata riconoscibilità, sono poi altrettanto facilmente restituibili utilizzando la fotografia digitale che, sovrapposta al rilievo, produce un modello digitale 3D fotorealistico che offre però, rispetto alle normali fotografie, il vantaggio di essere anche misurabile e, quindi, facilmente gestibile per ricerche di tipo metrologico o proporzionale. Lo studio delle superfici «complesse», così condotto, consente poi di non forzare più o meno arbitrariamente la realtà all'interno di schemi geometrici elementari noti, di non ricorrere ad alcuna semplificazione concettuale – anche qui con risvolti talvolta ambigui sul piano della conoscenza – ma di registrarne tutte le irregolarità dimensionali e le deformazioni, con il vantaggio di poter approfondire le cause che le hanno determinate (dai difetti d'esecuzione alle più sofisticate e criptiche volontà proget-



8/ Roma, Palazzo Mattei. Sezione sul cortile.  
 Restituzione grafica al tratto.  
 9/ Roma, Palazzo Mattei. Sezione prospettica,  
 dal modello tridimensionale  
*Rome, Palazzo Mattei. Perspective,  
 from the three-dimensional model.*



*important building is in itself a source of satisfaction. The amount of knowledge gathered is better than any historical research: you can penetrate its trade secrets; touch the living matter of architecture; verify the inevitable and sometimes conflicting dialectics between design and execution, theory and practice, abstract ideas and the concrete nature of the real building. A survey bears witness to the passing of time and forces us to admit that there is no difference between the past and the present of an architecture (Argan notes that this is similar to any other history of art which is different from history tout court, because we are "in the presence" of the work).*

*But apart from these and other possible considerations, we must say that the problem is more complex than would appear at first sight. We all know that digital technologies in general, and the use of laser scanners in particular, provide extremely accurate scientific renderings and the many possible representations can gainfully focus on our own specific goals. In addition, they have inevitably changed our relationship with the traditional theory of errors and, to a lesser extent, with the well-known problem of the objectivity and subjectivity of surveys. But as in many other fields, they have primarily revolutionised the very core of survey methodology: no longer an operation based on a conceptual "discretisation" that extracts finite geometric concepts from the continuum of the physical matter of architecture and then measures and suitably represents them, but an indiscriminate, rapid acquisition of numerical data which, only later, is selected in order to define the geometric model. We could hold lengthy discussions on the effects this has on the greater or lesser awareness of the surveyor and the gnoseological function of the operation. This 180° conceptual inversion has strongly influenced the creative procedures of contemporary architects who often design by "surveying" a three-dimensional physical model made in advance. However, the fact remains that the surveyed points cloud, more or less accurately approximated according to requirements, creates a three-dimensional model that can be practically and easily used in many different ways. The complexity and number of points to*

Oggi ci troviamo di fronte alla necessità di operare in modo programmato la catalogazione del patrimonio artistico e monumentale, al fine di fornire le basi per un costante monitoraggio, attraverso metodiche rappresentative avanzate come la creazione di modelli 3D. Ciò che ci deve far riflettere è quanto questi modelli siano affidabili e precisi e non frutto di interpretazione virtuale della realtà.

Poter far riferimento a dati, costruiti su basi di tipo scientifico, che descrivano in modo fedele le geometrie e i fattori cromatici di ciò che si vuol rappresentare, significa operare con strumenti di indagine efficaci e attendibili. Spesse volte infatti ci troviamo di fronte a rilievi di beni culturali non esaustivi, che comportano l'impossibilità di fornire ai tecnici un mezzo che li possa guidare nel loro lavoro.

Le tecniche di modellazione CAD, affiancate a tecniche di acquisizione laser scanner, permettono di avere una certa affidabilità e precisione, pur mantenendo sempre chiaro il concetto secondo il quale «non è mai riprodurre o imitare in senso passivo, ma è riassumere, sintetizzare, cogliere dalle cose l'essenziale o meglio ciò che i nostri sensi ritengono tale» (M. Passanti, *Genesi e comprensione dell'opera architettonica e Considerazioni ed istruzioni per il rilievo architettonico*, AR, Torino, Quaderni di Studio, 1966). Inoltre tali tecnologie forniscono un modello matematico della realtà, da cui possiamo ricavare tutte le informazioni utili alla comprensione e all'analisi dell'oggetto studiato e ci aiutano a effettuare un preciso monitoraggio e una serie di simulazioni senza dover necessariamente operare sul reale manufatto architettonico.

Per ciò che concerne l'aspetto meccanico, i punti vengono acquisiti con passi angolari predefiniti e costanti, con esuberanza di dati nelle zone di copertura del raggio e nulli nei punti di non copertura (dove è possibile tali mancanze vengono colmate eseguendo più range di acquisizione). In genere per scansioni ad altissima risoluzione vengono utilizzati scanner a triangolazione ottica con un raggio d'azione che va dai 0,6 ai 25 m circa, mentre per scansioni di oggetti molto grandi (palazzi, impianti industriali, ponti, piazze) vengono utilizzati scanner a tempo di volo con un raggio d'azione che va dai 2 ai 150 m circa.

Nel rilievo di Palazzo Mattei di Giove è stato utilizzato il laser scanner a tempo di volo Mensi GS100; dove non si è potuto operare con tale sistema si è intervenuti per fotomodellazione.

### Gestione delle nuvole di punti

Il rilievo tramite laser scanner non si esaurisce nella sola acquisizione di nuvole di punti molto dense (DSM, *Dense Surface Model*), ovvero dati spaziali riassumibili in un file.txt che in ogni stringa porta le coordinate xyz che vanno a definire i punti nello spazio.

Per poter utilizzare in modo corretto tali dati è necessario capire le metodiche e le procedure di acquisizione dette *pipelines* (vedi alla fine del riquadro) che permettono di operare il *reverse engineering* inerente la nuvola di punti (a questo proposito vedi: R. Scopigno, *3D scanning: potenzialità e limiti delle tecnologie di acquisizione automatica*, in «Disegno Digitale e Design», a. 2, n. 5, Milano, Poli Design, 2003 e F. Bernardini, H. Rushmeier, *The 3D model acquisition pipeline*, in «Computer Graphics Forum», v. 21, 2002, pp. 149-172).

Qui esplichiamo il processo con il quale, da riprese laser scanner, sono stati ricostruiti i modelli digitali di alcune delle statue presenti nel cortile di Palazzo Mattei di Giove. Prima di tutto va specificato che il lavoro svolto riguarda nuvole di punti a singola acquisizione, quindi non è stata necessaria quella fase dovuta alla presenza di più range o riprese, che comporta le operazioni di allineamento delle nuvole, per punti di appoggio o per punti georeferenziati rispetto a un'origine (fig. 10), e fusione delle nuvole registrate, che permette di non avere aree sovrapposte (fig. 10).

Il metodo di approccio nella fase di conversione dei dati ottenuti dal laser scanner è stato quello per divisione ad oggetti (L. Bornaz, F. Rinaudo, M. Roggero, *Prove di segmentazione su rilievi laser scanner di tipo terrestre*, Convegno ASITA 2003).

Va qui fatta una precisazione: lì dove si voglia operare una conversione con annessa cablatura di ortofoto, può essere più conveniente, quando la potenza di calcolo lo permette, lavorare sull'intera nuvola di punti; nel caso della statuaria di palazzo Mattei si è preferito organizzare il lavoro in modo da poter isolare la parte di dati inerenti la sola statua con annesso basamento, sganciandola dall'apparato murario compreso nella scansione (fig. 11). Ciò ha permesso di operare una conversione e una mappatura puntuale delle sole statue, che avranno valori di discretizzazione differenti da quelli delle pareti retrostanti.

La conversione attraverso il sistema a oggetti consente una flessibilità nei valori di snellimento della nuvola di punti. È importante mantenere le caratteristiche di georeferenziazione di tutti gli oggetti rispetto a un'origine comune che permetterà di ricomporli nel medesimo ambiente spaziale.

La ricostruzione del modello 3D a partire da scansione è caratterizzata da operazioni di tipo automatico, semiautomatico e, quando necessario, manuali.

Per prima cosa va detto che durante la scansione il macchinario acquisisce tutta una serie di dati in eccesso dovuti a oggetti disturbanti e a forme di interferenza che devono necessariamente essere eliminati per la buona riuscita del risultato finale. Quindi si è, in prima istanza, applicato un filtro *noise* per eliminare eventuali punti singolari definiti rumore, un filtro *sample points* che ha permesso di discretizzare con valori differenti la nuvola su parti curve e su parti piane, un filtro *smooth points* per eliminare i fenomeni di disturbo superficiali presenti nella scansione.

Operata questa prima filtratura della nuvola, si è potuto passare alla conversione in *mesh*, che però ha presentato una problematica inerente l'orientamento secondo la stessa normale delle facce generate (fig. 12). L'inconveniente può essere risolto individuando manualmente le facce interessate dal problema e riportandole secondo la stessa normale oppure in modo semiautomatico applicando un filtro di ridondanza alla nuvola prefiltrata, che, convertita in *mesh*, risulterà con tutte le facce secondo la stessa normale. Nella seconda ipotesi, però, si tende ad avere una perdita di dettaglio e una superficie non omogenea che necessita di un filtro *smooth surface* che a sua volta produce una lisciatura con ulteriore perdita di qualità e dettaglio (fig. 12). Questo inconveniente è stato aggirato applicando una funzione *fit shell to point cloud* che ha permesso di risagomare la nuvola con filtro di ridondanza, poi convertita in *mesh* su una seconda nuvola su cui non era ancora stato applicato il *filter redundancy*.

Le ultime due operazioni sono state quelle di chiusura delle discontinuità presenti dopo la fase di *meshing* e una leggera riduzione delle superfici triangolate generate, per rendere il modello più leggero. È da considerare che maggiore sarà l'alleggerimento, maggiore sarà la perdita di qualità. Con questo insieme di procedure si è potuto quindi ottenere dagli *scan data* una conversione in *mesh* della statuaria di palazzo Mattei con una perdita di dettaglio molto bassa rispetto ai valori di scansione iniziali. Dal modello ottenuto (fig. 13) quindi possiamo ricavare tutta una serie di elaborati come piante, prospetti, sezioni, operare delle letture geometriche critiche dell'oggetto, ottenere delle renderizzazioni fotorealistiche e animazioni di studio che consentano di scavalcare quegli impedimenti dovuti all'utilizzo di una semplice videocamera.

In conclusione il vantaggio di avere tali modelli 3D è quello di creare sistemi informatizzati tridimensionali che possano fornire dati completi sull'oggetto rilevato.

## Problems regarding the conversion of points clouds of the statues by *Alessandro Martella*

Today we are faced with the problem of cataloguing our artistic and monumental heritage to create a database that will allow us to constantly monitor our legacy using advanced representation methods such as the creation of 3D models. We should consider the reliability and accuracy of these models, rather than the fact that they are a virtual interpretation of reality.

We need to use efficient, reliable research tools in order to obtain scientific data that accurately describe the geometries and chromatic elements of what we want to represent. In fact, we are often faced with incomplete surveys of cultural assets, making it impossible to provide the technicians with the right tools for the job.

CAD modeling techniques coupled with laser scanner acquisition techniques provide fairly good reliability and accuracy, but we must always remember that “this is never passive reproduction or imitation, but a summary, a synthesis, a selection of the essence of objects, or rather, what we believe to be so (M. Passanti, Genesi e comprensione dell’opera architettonica e Considerazioni ed istruzioni per il rilievo architettonico, AR, Turin, Quaderni di Studio, 1966). Furthermore, these techniques provide a mathematical model of reality which we can use to obtain any information needed to understand and analyse what we are studying, restoring or designing. They also help us to carry out accurate monitoring and a series of simulations without necessarily having to work with the real architectural object.

As far as the mechanics are concerned, the points are acquired using predefined, constant angle frames with excess data in the area covered by the radius and nothing in the uncovered points; where it is possible these areas are covered with more than one acquisition range. Generally speaking, for high resolution scansions, optical triangulation scanners are used with a radius of between approx. 0.6 and 25 m. Time-of-flight scanners with a radius of approx. 2 and 150 m are used for scansions of very large objects, like buildings, industrial plants, bridges and squares. We used a Mensi GS100 – a time-of-flight laser scanner – to carry out the survey of Palazzo Mattei di Giove in Rome. When it wasn’t possible to use this system we used photomodeling.

### Management of the points clouds

Laser scanner survey doesn’t only involve the acquisition of a very dense points clouds (DSM – Dense Surface Model), i.e., spatial data in a text file with a string has the xyz coordinates that are used to define points in space. To use this data correctly we have to understand the methods and procedures called the acquisition pipeline (see below); they allow us to use reverse engineering for the points clouds (see: R. Scopigno, 3D scanning: potenzialità e limiti delle tecnologie di acquisizione automatica, in “Disegno Digitale e Design”, a. 2, n. 5, Milan, Poli Design, 2003 and F. Bernardini, H. Rushmeier, The 3D model acquisition pipeline, in “Computer Graphics Forum”, v. 21, 2002, pp. 149-172).

This article illustrates the process which used the laser scanner data to reconstruct the digital models of some of the statues in the courtyard of Palazzo Mattei di Giove in Rome.

First of all, the work was done on single acquisition points clouds, so it wasn’t necessary to carry out the stage involving more than one range or scan which would involve the following operations: alignment of the clouds, per support point or per georeferential point compared to a source (fig. 10), and fusion of the recorded clouds which will avoid superimposed areas (fig. 10).

The method used during conversion of the data collected with the laser scanner involved a division of the objects (L. Bornaz, F. Rinaudo, M. Roggero, Prove di segmentazione su rilievi laser scanner di tipo terrestre, Conference ASITA 2003).

We should say here that when a conversion with annexed cabling of an orthophotograph is required, it might be more convenient – when the power calculation permits it – to work on the entire points clouds; in the case of the statues in Palazzo Mattei, we preferred to organise our work in order to isolate the data of the statue and its base, eliminating the wall in the scansion (fig. 11). This allowed us to carry out a conversion and a precise mapping of just the statues; the discretisation values of the latter will be different to the ones of the walls behind them.

Using the system for conversion into objects provides greater flexibility of the values making the points clouds lighter. It’s important to maintain the georeferential characteristics of all the objects compared to a common source; this will allow them to be reproduced in the same spatial environment. The reconstruction of a 3D model based on scansion is characterised by automatic, semi-automatic or, if necessary, manual operations.

First of all, we should note that during scansion the machine acquires excess data due to disturbing objects and forms of interference that have to be eliminated in order to be successful. So we started by applying a noise filter to eliminate single points defined as noise, a sample points filter that allowed us to discretise the cloud with different values on curved surfaces and flat surfaces, a smooth points filter to eliminate the superficial disturbances present in the scansion.

Having carried out this initial filtering of the cloud, we then created a mesh which, however, presented a problem of orientation using the same normal of the faces (fig. 12). This problem can be solved by manually identifying the faces with this problem and recording them using the same normal or semi-automatically, by applying a redundancy filter to the previously filtered cloud which, when converted into a mesh, will have all its faces based on the same normal. In this latter hypothesis, though, there is a tendency to have loss of detail and a non-homogeneous surface that needs a smooth surface filter which, in turn, produces smoothing with further loss of quality and detail (fig. 12). This inconvenience was solved by applying a fit shell to point cloud function that allowed us to reshape the cloud with a redundancy filter and then convert it into a mesh on a second cloud to which we still hadn’t applied the redundancy filter.

The last two operations finally solved the discontinuity present after the meshing stage and a slight reduction of the triangulated surfaces that was created to make the model lighter. Consider that increased lightness leads to greater loss of quality.

This set of procedures allowed us to obtain from the scan data a conversion in mesh of the statues in Palazzo Mattei with very low loss of detail compared to the values of the initial scansions.

The model (fig. 13) provides a whole series of graphic images such as plans, elevations and sections. We were able to carry out an analytical geometric interpretation of the object, obtain photorealistic renderings and studio animations. This allowed us to overcome the problems inherent in the use of a simple video camera.

In conclusion, the advantage of having these 3D models is to create three-dimensional computer systems that can provide complete data of the surveyed object.

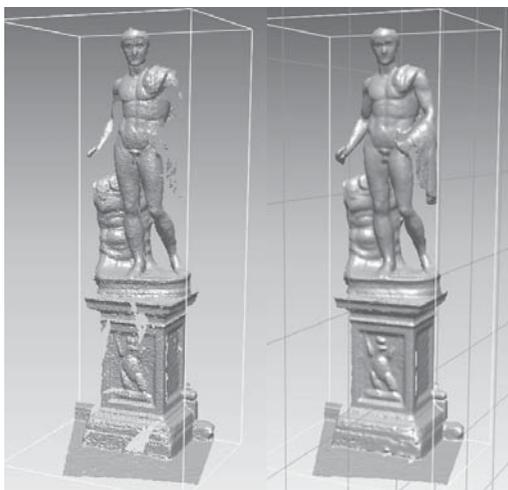
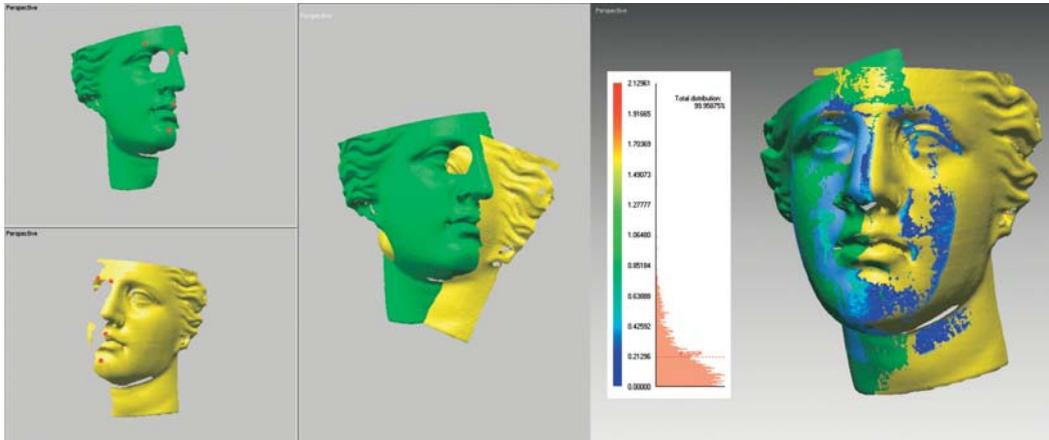


10/ Esempi di allineamento per punti di appoggio e di modelli fusi tra loro con grafico della percentuale di errore. *Examples of alignments per support points and of merged models with a diagram showing the percentage error.*

11/ *Statua virile stante con testa ritratto di Costantino* (cortile di Palazzo Mattei a Roma). Separazione del paramento murario dalla nuvola di partenza. *Male statue (standing) with the head of Constantine (the courtyard of Palazzo Mattei in Roma). Separation of the wall surface from the points clouds.*

12/ *Statua virile stante con testa ritratto di Costantino* (cortile di Palazzo Mattei a Roma). Prima fase di meshing e risultato dopo l'applicazione del *filter redundancy*. *Male statue (standing) with the head of Constantine (the courtyard of Palazzo Mattei in Roma). First meshing stage and the result after filter redundancy.*

13/ Isocurve ricavate da modello solido 3D e modello 3D della *Statua virile stante con testa ritratto di Costantino* (cortile di Palazzo Mattei a Roma). *Iso-curves obtained from the solid 3D model and 3D model of the Male statue (standing) with the head of Constantine (the courtyard of Palazzo Mattei in Roma).*



be surveyed is no longer the problem: “complex” surfaces – for example arches and vaults, the huge roofs of modern buildings or sculptures traditionally part of the structure of architecture – are just as easy to survey as “simple” elementary geometric surfaces. The quality of the material and visual textures of these surfaces – the ones that actually determine whether or not they’re immediately recognisable – are just as easy to render using digital photography. Superimposed on the survey, the latter produces a photo-realistic 3D digital model which, however, compared to normal photos, can be measured and, therefore, easily employed in metrological or proportional studies. This type of study of “complex” surfaces means we can avoid forcing reality – more or less arbitrarily – into well-known elementary geometric schema. We can avoid using simple concepts – here too with uncertain effects on our knowledge base – but instead record all the dimensional irregularities and deformations, with the added advantage of being able to study their causes (mistakes during construction, more sophisticated and cryptic design ideas, structural shifts or possible subsidence). To this we must add the study of so-called reflectance, in other words, the way in which surfaces respond to laser rays. This allows us to evaluate possible material deterioration – yet another advantage when deciding suitable recovery and restoration strategies.

Finally animations – obviously not possible on the printed page – permit access to the spatial and temporal dimension of the architecture (and the city). This is perhaps its most interesting characteristic and it’s worth spending a few words on this point. The communicative value of animations is obvious when the latter are used during design, i.e. before the actual architecture. Animations allow us to walk through a building before it’s built and the sequence of simulated 3D space can either be passively experienced or independently controlled by the user/spectator depending on available technology. Simulation of three-dimensionality, in itself not very different from traditional perspective, can also be more or less efficient and captivating according to the type of video-projections and

tuali, dagli assestamenti strutturali fino agli eventuali cedimenti). A ciò si aggiunge lo studio della cosiddetta riflettanza, cioè del modo in cui le superfici rispondono al raggio laser, che consente di valutare le eventuali condizioni di degrado dei materiali, con ulteriori vantaggi nella definizione delle più appropriate strategie di recupero e di restauro.

Le animazioni, infine, la cui resa non è evidentemente possibile all’interno di una pubblicazione a stampa, consentono di accedere efficacemente alla dimensione spazio-temporale della fruizione dell’architettura (e della città): e quest’ultima rimane, probabilmente, la caratteristica più interessante. Si tratta di un punto sul quale vale forse la pena di soffer-

14/ Vista prospettica del cortile, dal modello tridimensionale.  
*Perspective of the courtyard, from the three-dimensional model.*



marci. Il valore comunicativo delle animazioni è chiaramente evidente se applicato alla sfera della progettazione, quella che cioè *precede* l'architettura vera e propria. Le animazioni consentono di percorrere un progetto come se fosse realizzato e la sequenza dei suoi spazi simulati in 3D può essere passivamente subita o autonomamente gestita dal fruitore/spettatore a seconda della tecnologia utilizzata. La stessa simulazione della tridimensionalità, in sé non diversa da quella della tradizione prospettica, può inoltre essere più o meno efficace e coinvolgente a seconda dei tipi di video-

proiezione adottata e del livello di stereoscopia dell'hardware utilizzato. Evidenti quindi i vantaggi di una simile comunicazione progettuale, soprattutto rispetto ai committenti e ai fruitori finali dell'opera, prevedibilmente in difficoltà quando si tratta di decodificare elaborati grafici tecnici.

Non altrettanto evidente è però l'utilità delle animazioni nei casi in cui è comunque possibile effettuare una normale ripresa filmica, quando esse sono cioè applicate alla sfera del rilevamento, quella che *procede* dall'esistente. In tal caso, infatti, la sperimentazione rappre-

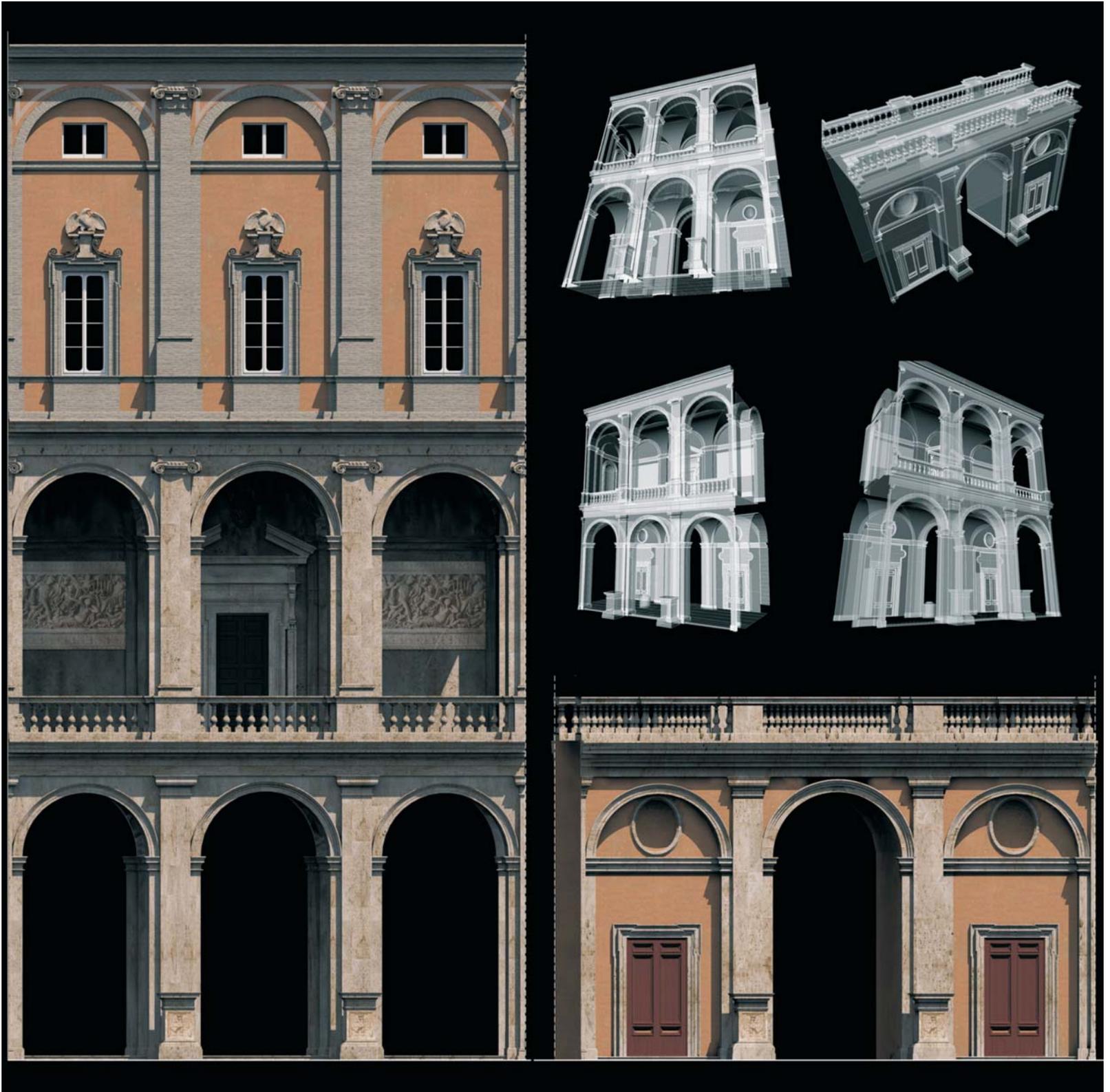
*the type of stereoscopy of the hardware. The advantages of this type of operation are obvious, above all for the clients and the final users, presumably in difficulty when they have to decode technical graphic data.*

*However, the convenience of animations is not so obvious when normal filming is possible, i.e., when used in surveys on what exists. In fact, in this case, the representative experimentation that is the most sophisticated and, above all, the most likely, the most photo-realistic, could appear to be relegated mainly to the world of teaching. In actual*

15/ Roma, Palazzo Mattei. Prospetto dei loggiati interni, dal modello tridimensionale. A fianco modello wireframe delle logge interne e sotto porzione di prospetto del loggiato di collegamento con il cortile posteriore, dal modello tridimensionale.

*Rome, Palazzo Mattei. View of the internal loggias, from the three-dimensional model.*

*To one side, a wireframe model of the internal loggias and, below, a part of the view of the loggias leading to the rear courtyard, from the three-dimensional model.*



16/ Roma, Palazzo Mattei. La fuga dei saloni, in una sezione restituita al tratto e in una sezione prospettica tratta dal modello tridimensionale.

Rome, Palazzo Mattei. *The vanishing-point of the main rooms, in a section drawn without shading and a perspective taken from the three-dimensional model.*



sentativa più raffinata e, soprattutto, più verosimile, più foto-realisticamente connotata, potrebbe apparire comunque relegata all'interno di una dimensione prevalentemente didattica. Ma, a ben guardare, così non è, e ciò vale a prescindere dagli autonomi e incontestabili diritti della sperimentazione didattica, soprattutto all'interno degli ambiti di ricerca universitari. Ogni forma di rappresentazione determina infatti, inevitabilmente, un aumento dell'essere, un suo potenziamento, una sorta di valore aggiunto rispetto al reale. La rappresentazione dell'esistente con immagini fisse o in movimento di un modello digitale tridimensionale accuratamente eseguito si differenzia dalla fotografia o dalla ripresa cinematografica come una TAC o una risonanza magnetica si differenziano dall'immagine esterna (fotografica o filmica) di un paziente: come s'è detto, nel nostro caso, il modello digitale 3D consente, assieme alla misurabilità, di appropriarsi delle strutture geometriche, proporzionali e costruttive che sono alla base di ogni tipo d'intervento sullo spazio architettonico.

Non da ultima, va ricordata l'importanza fondamentale della comunicazione oggi spesso fortemente caratterizzata in senso multimediale; una sfera che include al suo interno ogni possibile mezzo rappresentativo, da quelli tra-

dizionali a quelli più sperimentali e innovativi, che, usati con sensibilità e intelligenza, consentono ciò che maggiormente c'interessa: una sempre migliore, più diretta e immediata conoscenza della qualità architettonica che è alla base di ogni generale forma di creatività in architettura.

Rappresentazione vale dunque certo come rappresentazione, descrizione grafica di un edificio, ma anche come «messa in scena», interpretazione, ermeneusi di un «testo» architettonico e soprattutto come espressione, esibizione, pro-posizione, nel senso del tedesco *vorstellen*, quasi progettazione. Di qui la nota, antica, tangibile ambiguità fra disegno e progetto. Se nel concetto di rappresentazione è anche implicitamente presente l'aspetto di rituale ludico, ciò è vero soprattutto per la rappresentazione nell'arte. Alla base dell'arte c'è la *mimesis*, l'imitazione, che è rappresentazione e che, in quanto tale, ha dunque una funzione eminentemente conoscitiva. «La rappresentazione – ci ricorda Gadamer – resta dunque legata in un senso essenziale all'originale che si presenta in essa. Ma è di più che una semplice copia di quello. Che la rappresentazione sia un'immagine, e non l'originale stesso, non significa nulla di negativo, non è una diminuzione di essere, ma indica piuttosto una realtà autonoma. Il rapporto dell'immagine all'ori-

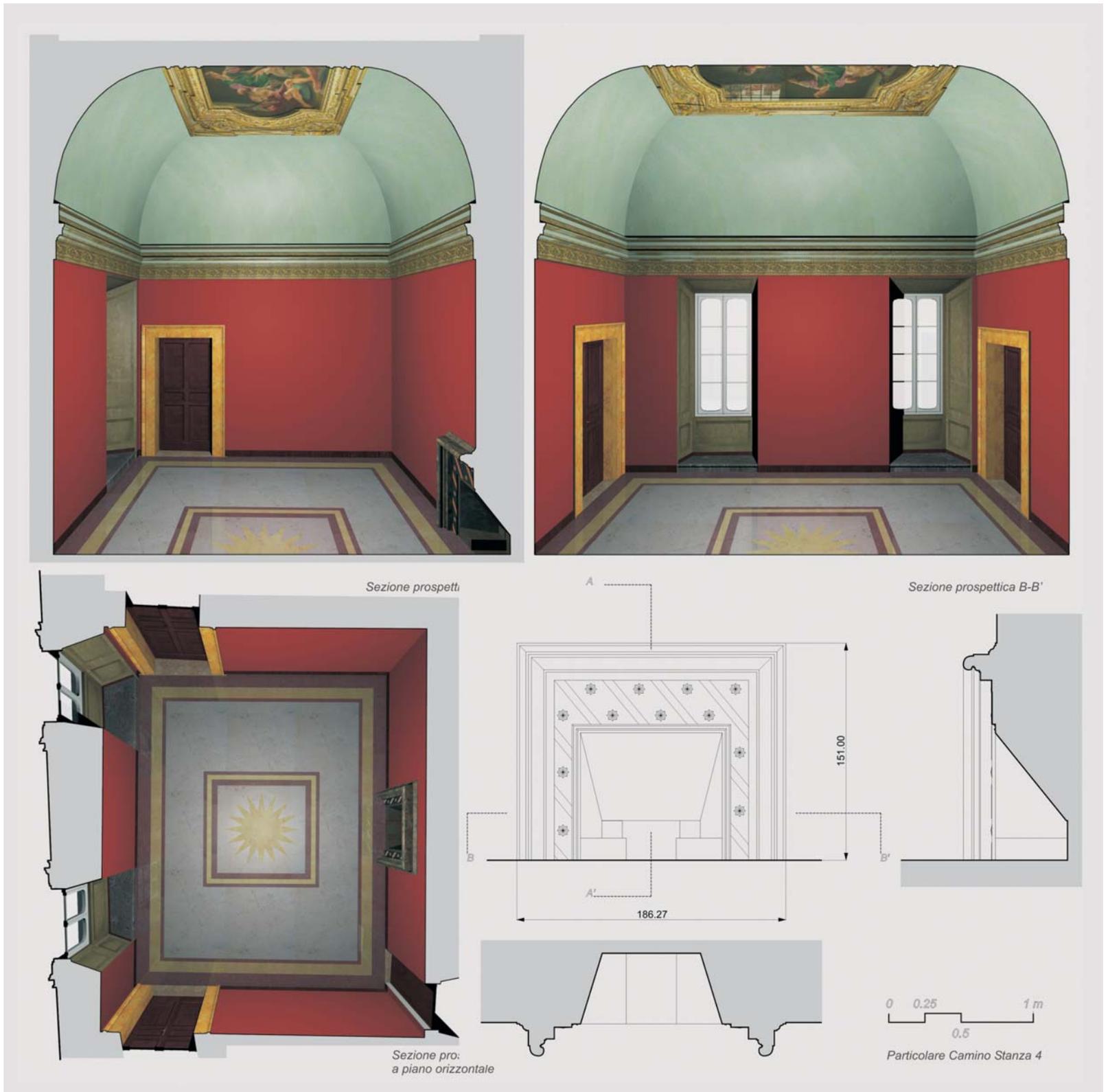
*fact, this is not the case despite the sovereign and incontrovertible rights of direct experimentation, above all, in the field of university research. In fact, every type of representation inevitably empowers and strengthens what exists, a sort of added value compared to reality. Representing what exists using still or moving images of an accurately executed three-dimensional digital model is different from a photograph or a film, just like a CAT scan or an MRI is different from a photograph or film of the patient. As mentioned earlier, in this case, the 3D digital model not only provides measurements, but also the geometric, proportional and building structures of every architectural work.*

*Finally, we mustn't forget the fundamental importance of communications which has taken on a multimedia dimension: it includes every possible method of representation, traditional, experimental and innovative. Used sensibly and intelligently it provides us with something important: an increasingly better, more direct and immediate understanding of the architectural quality of every kind of creative architectural form.*

*Representation is certainly a re-presentation, a graphic description of a building, but also a "staging," an interpretation, the hermeneutics*

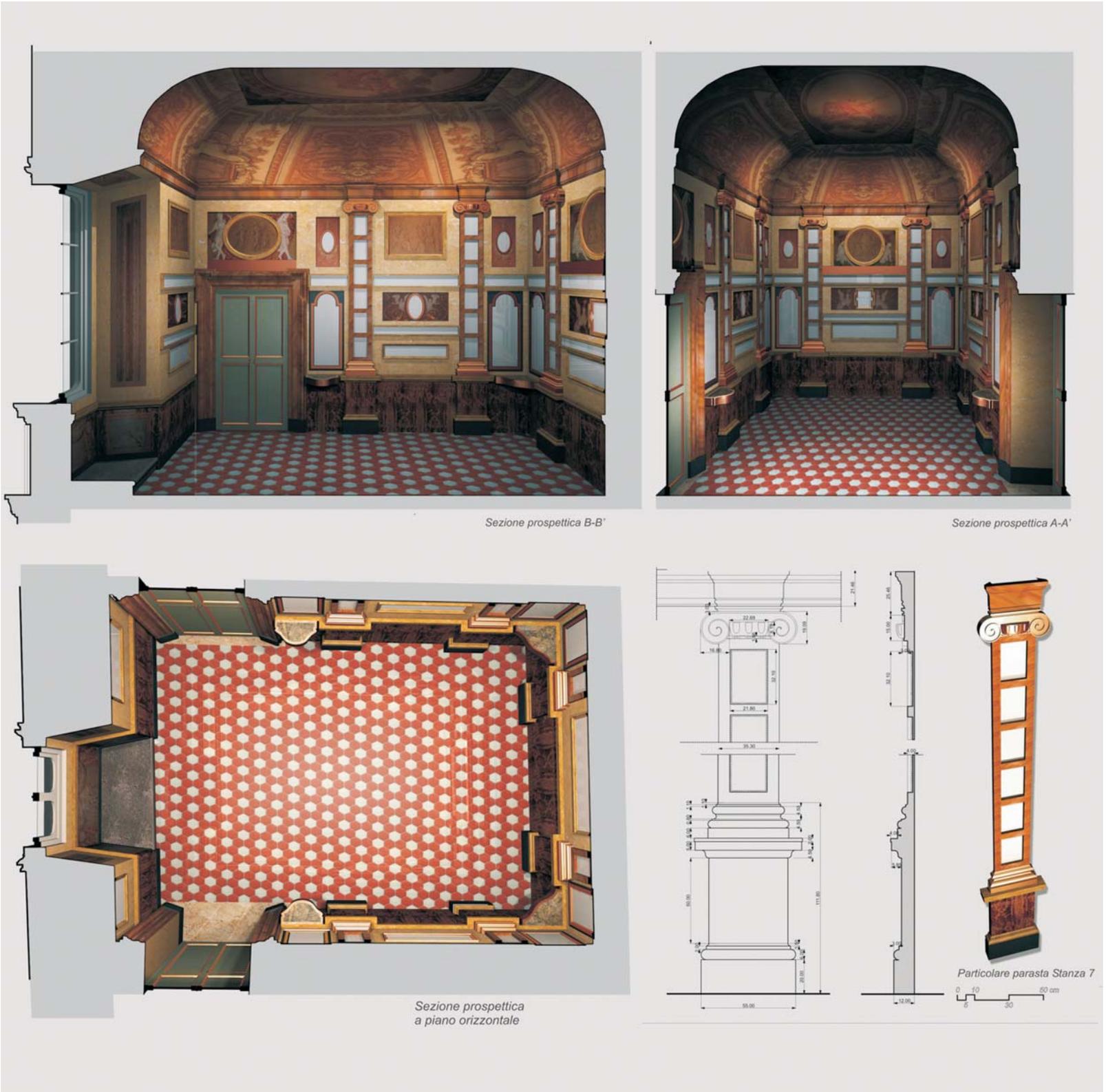
17/ Roma, Palazzo Mattei. Sezioni prospettiche, verticali e orizzontale, di una delle sale del piano nobile, dal modello tridimensionale, e restituzione grafica, in doppie proiezioni ortogonali, di un dettaglio (camino).

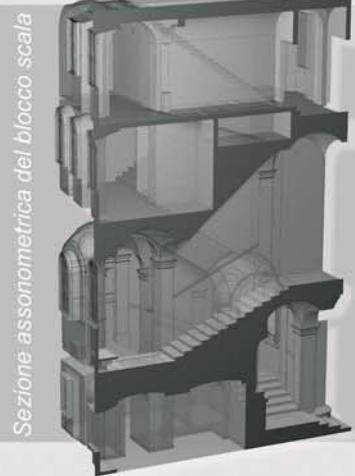
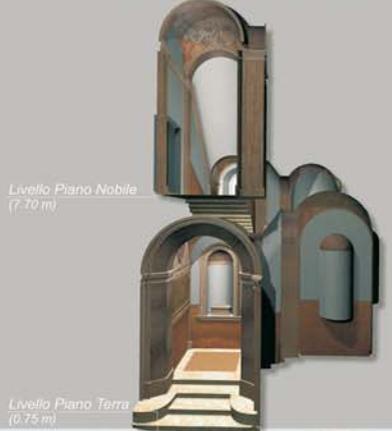
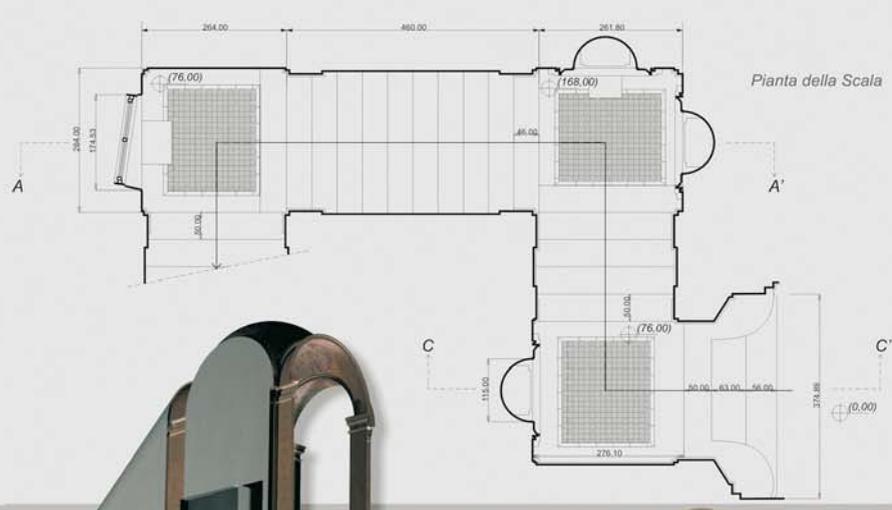
*Rome, Palazzo Mattei. Vertical and horizontal perspectives of one of the rooms on the piano nobile, from the three-dimensional model, and graphic restitution of a detail (the fireplace) in double orthogonal projections.*



18/ Roma, Palazzo Mattei. Sezioni prospettiche, verticali e orizzontale, di una delle sale del piano nobile, dal modello tridimensionale, e restituzione grafica di un dettaglio (parasta).

*Rome, Palazzo Mattei. Vertical and horizontal perspectives of one of the rooms on the piano nobile, from the three-dimensional model, and graphic restitution of a detail (pilaster strip).*





19/ *Pagina precedente*. Roma, Palazzo Mattei. Pianta e sezioni prospettiche, dal modello tridimensionale, dello scalone monumentale.

Previous page. *Rome, Palazzo Mattei. Plan and perspectives of the monumental staircase, from the three-dimensional model.*

20/ *Pagina precedente*. Roma, Palazzo Mattei. Sequenza di viste prospettiche dello scalone, dal modello tridimensionale. Previous page. *Rome, Palazzo Mattei. A series of perspectives of the main staircase, from the three-dimensional model.*

21/ Roma, Palazzo Mattei.

Sezione prospettica del salone del piano nobile, dal modello tridimensionale.

*Rome, Palazzo Mattei. Perspective of the main hall on the piano nobile, from the three-dimensional model.*



ginale si presenta quindi in modo fondamentale diverso da quello che si verifica nel caso della copia. Che l'immagine abbia una sua realtà significa, per l'originale, che proprio nella rappresentazione esso si presenta. Nell'immagine, l'originale presenta se stesso [...] Ogni rappresentazione di questo tipo è un evento ontologico, ed entra a costituire lo stato ontologico del rappresentato. Nella rappresentazione, questo subisce una crescita nell'essere, un aumento d'essere. Il contenuto proprio dell'immagine è definito ontologicamente come emanazione dell'originale» (H.G. Gadamer, *Verità e metodo*, Milano, 1983, pp. 174, 175).

□ Livio Sacchi – Dipartimento di Scienze, storia dell'architettura, restauro e rappresentazione, Università degli Studi di Chieti-Pescara «G. D'Annunzio»

Questa ricerca, coordinata da chi scrive, è stata eseguita dagli architetti Alessandro Martella e Gianluca Mazzoni all'interno del Laboratorio di Disegno digitale del DiSSARR, Dipartimento di Scienze, storia dell'architettura, restauro e rappresentazione, diretto da Maurizio Unali – Facoltà di Architettura, Università degli Studi di Chieti-Pescara «G. D'Annunzio», in collaborazione con Michel Florenzano, Livio De Luca e il GAMS AU, École d'Architecture de Marseille-Luminy.

*of an architectural "text" and, above all, an expression, exhibition, pro-position in the sense of the German word vorstellen, nearly design. This is what brought on the well-known, ancient, tangible ambiguity between drawings and design. If the concept of representation implicitly includes a playful ritual, this is true primarily in the world of art. The basis of art is mimesis, imitation, which is representation and which, as such, plays an eminently cognitive role. Gadamer reminds us that in essence representation is linked to the original it portrays. But it's more than just a copy. Representation is an image and not the original; it has no negative meaning, no less life, but rather indicates an independent reality. The relationship between the image and the original is fundamentally different from the one between the original and a copy. The fact that an image has its own reality means, for the original, that this reality is revealed in the representation. In the image, the original reveals itself [...] Every such representation is an ontological event and contributes to creating the ontological state of what is represented. In representation, this state develops and becomes more alive. The contents of the image is ontologically defined as an emanation of the original (H.G. Gadamer, *Verità e metodo*, Milan, 1983, pp. 174, 175).*

*This research, co-ordinated by the author, was carried out by the architects Alessandro Martella and Gianluca Mazzoni in the Digital Drawing Laboratory of the DiSSARR, Dept. of Science, History of Architecture, Restoration and Representation, directed by Maurizio Unali – Faculty of Architecture, Chieti-Pescara University "G. D'Annunzio" – in collaboration with Michel Florenzano, Livio De Luca and the GAMS AU, École d'Architecture de Marseille-Luminy.*

Marco Gaiani, Gabriele Guidi, Laura Micoli, Massimo Musio Sale, Michele Russo

### Reverse modeling per la nautica: rilievo dello scafo di un gommone con sistemi di scansione 3D a basso costo

La piccola e media industria nautica da diporto procede nella costruzione con sistemi ancora tipicamente artigianali. Creato il primo esemplare di una barca in vetroresina, la sua costruzione comporta di solito innumerevoli operazioni di modifica per sopperire a carenze non preventivate in sede di redazione del progetto originario. A valle di queste modifiche, e una volta varata l'imbarcazione, occorre «ricostruire» il progetto per produrre i successivi esemplari. In questa direzione è centrale la possibilità di ricostituire, con metodologie rapide e a basso costo, il modello 3D digitale del primo esemplare di scafo realizzato e delle parti modificate, per poter disporre di stampi già capaci di fornire gusci predisposti con tutti gli aggiornamenti che l'esperienza ha suggerito. Questa operazione, se eseguita per via digitale, è stata ritenuta fino a ora dalla piccola industria e dalla maggioranza dei progettisti nautici assai complessa e «misteriosa», preferendo operare seguendo le tradizionali procedure di adeguamento manuale degli stampi tramite la loro modifica diretta. Negli ultimi due anni abbiamo lavorato su

questo problema cercando di definire una procedura contraddistinta da semplicità, accuratezza e – nello stesso tempo – costi notevolmente ridotti rispetto a quelli tradizionali e a quelli del digitale di prima generazione, che vogliono procedure di *reverse modeling* servendosi di attrezzature del costo minimo giornaliero di 5.000 euro/2004<sup>1</sup> e complessità procedurale completamente al di fuori delle competenze di un progettista del settore.

In questa direzione sono state condotte due esperienze chiave, delle quali la prima ha prodotto risultati sommarî per l'inesperienza nell'affrontare il problema e per la carenza di letteratura specifica in materia. Tale sperimentazione – il rilievo del pozzetto di uno yacht Carnevali 140 – ha permesso tuttavia di analizzare dettagliatamente la problematica, e la sua analisi critica ha consentito di affrontare in modo consapevole, avendo chiari i passaggi chiave e la loro soluzione, la seconda sperimentazione, consistita nel rilievo dello stampo del guscio di un gommone Nautica CAB. Questa seconda esperienza ha portato a risultati eccellenti, sia dal punto di vista dell'eco-

#### *Reverse modeling for boats: survey of the hull of an inflatable boat using low cost 3D scanning systems*

*Small and medium sized pleasure boat companies still use traditional artisanal systems to build boats. Once the first model of a fibreglass boat has been produced, later models are usually extensively revised to correct faults not envisaged during the design stage. After the changes, and once the boat is launched, the design has to be 'reviewed' before building further models. This is when it's important to be able to quickly and cheaply reconstruct a digital 3D model of the first hull design (and alterations) in order to build moulds that can produce shells that have all the last minute changes dictated by experience. Up to now, designers working in small and medium sized companies have considered this digital model to be very complex and 'mysterious'. They have chosen to use traditional procedures to manually improve the moulds and make direct alterations.*

*In the last two years, our research group has focused on this problem by trying to draw up a simple, accurate procedure which would also be much cheaper than traditional and first generation digital procedures. The latter require reverse modeling procedures that use expensive equipment (minimum daily cost 5,000 Euro/2004)<sup>1</sup> and complex methods far beyond the reach of designers in this field. We carried out two key projects on this issue: the first gave unsatisfactory results due to our inexperience and the lack of specific ad hoc literature. However, this project – the survey of the cockpit of a 'Carnevali 140' yacht – did allow us to extensively study the problem. The ensuing critical evaluation allowed us to establish key focus areas and solutions. Subsequently we were able to tackle the second project involving the survey of the mould of a hull of an inflatable boat: the Nautica CAB. This second project produced excellent results with regard to procedural costs, qualitative results and, lastly, operational simplicity. This article will focus only on this latter project and results, in particular, the most important stages of the procedure and solutions: the survey of a mould of the red, fibreglass keel of an*



1/ *Pagina precedente.* Il pozzetto dello yacht Carnevali 140.  
Previous page. *The cockpit of the yacht Carnevali 140.*

2/ Allineamento delle immagini 3D  
relative al pozzetto dello yacht Carnevali 140.  
*Alignment of the 3D images of the cockpit  
of the yacht Carnevali 140.*

nomicità della procedura che della qualità dei risultati che, infine, della semplicità d'uso. Si descriverà, pertanto, solo quest'ultimo caso di studio e i suoi risultati, ponendo l'accento in particolare sulle fasi chiave della procedura e sulle soluzioni adottate. Si tratta del rilievo di uno stampo della chiglia di un gommone di 6.400x2.200x820 mm di grandezza, caratterizzato da vetroresina verniciata di rosso.

Com'è ormai noto a tutti, per poter realizzare modelli 3D di oggetti reali le classiche tecniche di modellazione assistita (CAD) sono state affiancate negli ultimi anni da una metodologia semi-automatica, detta comunemente *3D scanning*<sup>2</sup>.

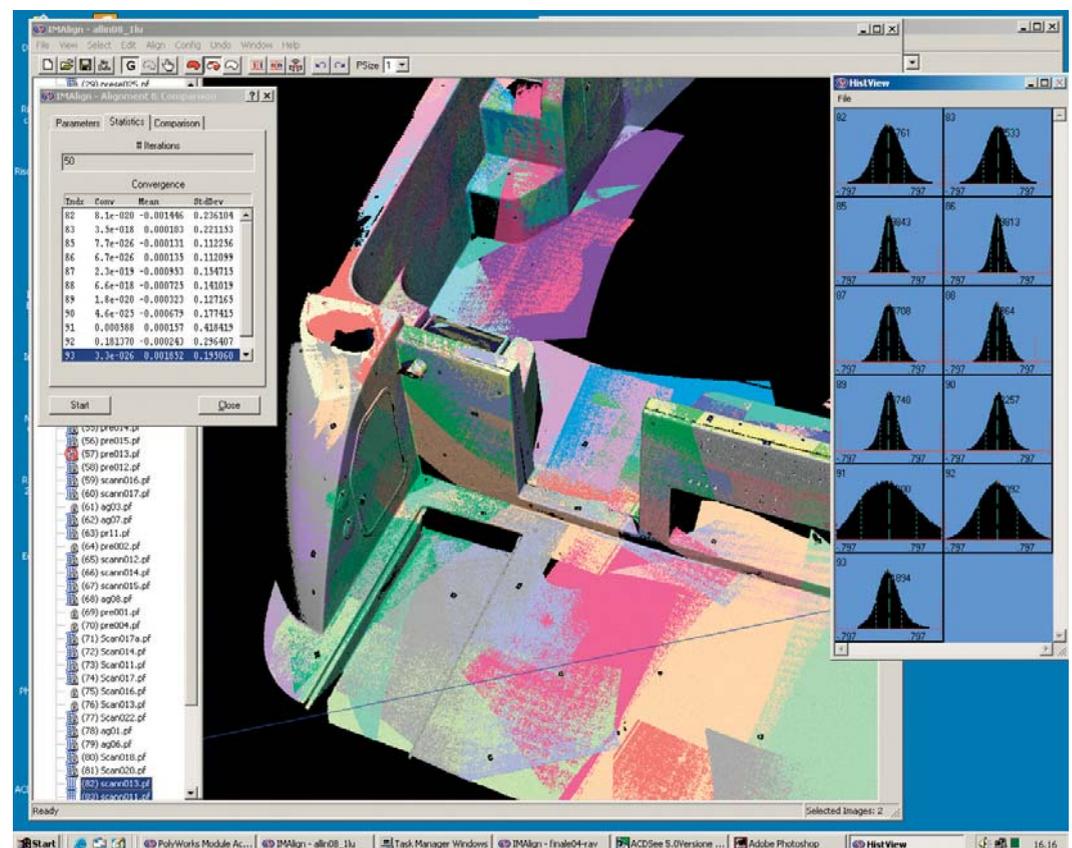
Molteplici sono le tecnologie di scansione 3D proposte in letteratura e utilizzate nei vari sistemi commerciali: tra queste particolare rilievo hanno i sistemi ottici attivi, che in genere sono costituiti da una coppia *sorgente-sensore*, ove la sorgente emette una qualche forma di *pattern* illuminante e il sensore acquisisce il segnale di ritorno riflesso dalla superficie dell'oggetto. La sorgente luminosa scandisce lo spazio in modo regolare e il sistema ritorna una matrice 2D che codifica i punti rilevati, detta usualmente *range map*, che riporta l'informazione spaziale della parte di superficie dell'oggetto visibile dallo strumento di scansione dato il suo orientamento corrente. Sistemi di questo tipo sono a loro volta classificabili in sistemi a triangolazione e sistemi a tempo di volo<sup>3</sup>.

Tipicamente, per la sua natura dimensionale intrinseca, il tipo di oggetto preso in esame dalla nostra sperimentazione, lo scafo, si può prestare all'acquisizione tramite un sistema a tempo di volo, servendosi di una o due prese (ma l'incertezza di misura garantita  $\pm 6$  mm è del tutto insufficiente, soprattutto per il rumore rispetto alle dimensioni del dettaglio minuto).

Una seconda soluzione è quella di utilizzare uno scanner a triangolazione servendosi di molte prese della dimensione di circa 400x400 mm, da integrare successivamente calcolando via software la posizione reciproca tramite algoritmi di approssimazione, ma la superficie estremamente liscia e la forma aperta dell'oggetto possono rappresentare possi-

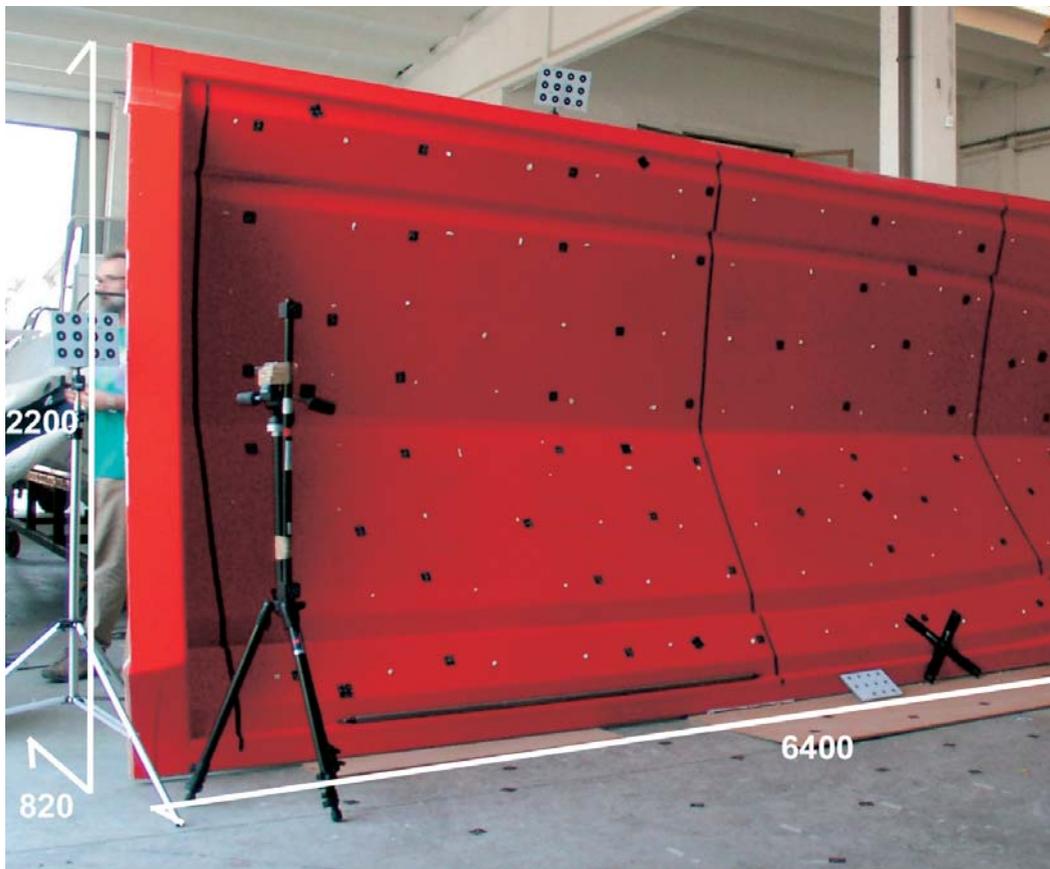
bili fonti di errore per la convergenza delle range map in fase di allineamento. In questo caso, infatti, il problema di unificare tutte le misure in un singolo sistema di riferimento è risolto riprendendo prese adiacenti con un adeguato livello di sovrapposizione e – definita una ripresa come riferimento – eseguendo la roto-traslazione della presa a essa contigua con un metodo *Iterative Closest Point* (ICP), che minimizza lo scarto quadratico medio tra le parti comuni a partire da una stima iniziale<sup>4</sup>. In relazione alla profondità dei dettagli tridimensionali della superficie acquisita e dell'estensione della superficie sovrapposta, la convergenza dell'algoritmo ICP può risultare più o meno accettabile. Esiste sempre, in ogni caso, una componente di aleatorietà dipendente dall'incertezza di misura in fase di acquisizione. Sebbene ciascuna singola scansione abbia un'accuratezza molto elevata, gli errori di propagazione producono deviazioni nell'insieme di allineamento rispetto alla superficie reale. Gli errori sono tanto più

*inflatable boat (6,400x2,200x820 mm). Everyone knows that to create 3D models of real objects, classical assisted modeling techniques (CAD) have in recent years been associated with a semi-automatic methodology commonly called 3D scanning.<sup>2</sup> Industry uses many types of 3D scanning techniques: the most important involve active optics systems which generally use a source-sensor device: the source emits some sort of illuminating pattern and the sensor captures the return signal reflected from the surface of the object. The light source scans space on a regular basis and the system provides a 2D matrix that classifies the surveyed points, usually called a range map. The latter shows the spatial information of the part of the surface of the object that can be seen by the scanning device in its given position. These systems are further divided into triangulation systems and time-of-flight systems.<sup>3</sup> More often than not, due to the size of the object of our research, the hull is more easily*



3/ Ripresa fotografica frontale e laterale dello stampo del guscio di un gommone Nautica CAB. Si possono osservare sullo scafo e in sua immediata prossimità vari target ed elementi di plastilina utilizzata per meglio caratterizzare lo scafo.  
*Frontal and lateral photograph of the mould of the hull of an inflatable boat, the Nautica CAB. The photo shows the boat and, nearby, the various targets and the plastiline used to better define the hull.*

4/ Scelta degli strumenti di acquisizione 3D in funzione del grado di complessità *freeform* e della dimensione dell'oggetto da digitalizzare.  
*Choosing the 3D tools based on the complexity of the freeform and the size of the object to be digitalised.*

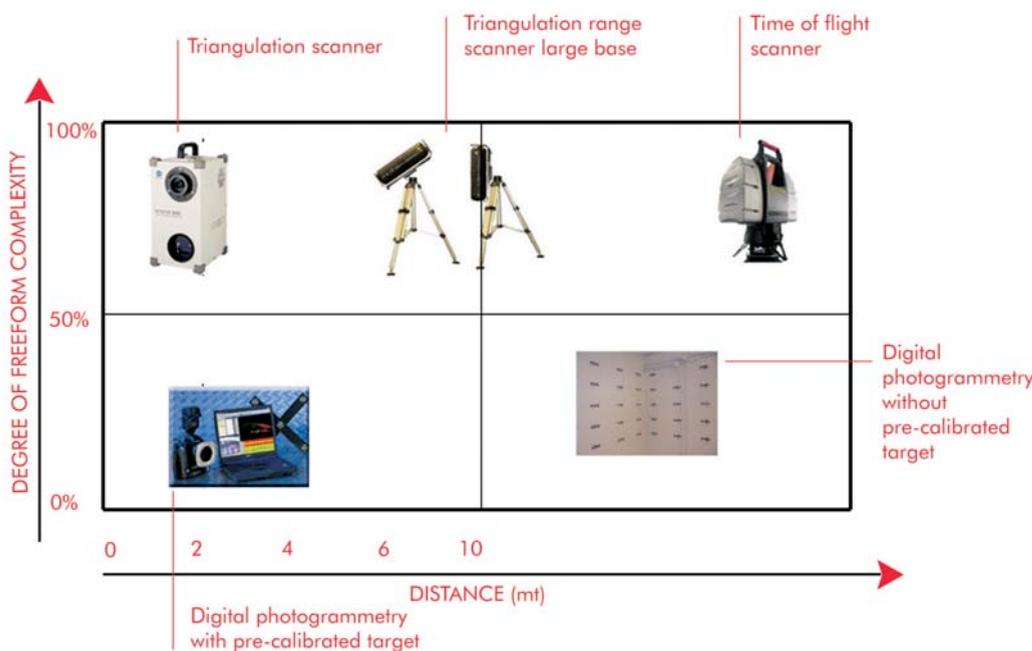


*acquired with a time-of-flight system, using one or two scans (but the uncertainty of guaranteed measurement,  $\pm 6\text{mm}$ , is completely inadequate, above all for the noise compared to the size of the minute detail).*

*A second solution would be to use a triangulation scanner using many scans approximately 400x400 mm in size and later supplemented by using software to calculate the reciprocal position between approximation algorithms. However, the extremely smooth surface and open shape of the object could be a source of error for range map convergence during alignment. In fact, in this case, the problem of inserting all the measurements into a single reference system was solved by taking adjacent scans with a sufficient level of superimposition and – once a scan was defined as a reference – carrying out a rototranslation of the adjacent scan using a method called Iterative Closest Point (ICP) which reduces the least mean square between common parts based on an initial estimate.<sup>4</sup> With regard to the depth of the three-dimensional details of the acquired surface and the size of the superimposed surface, the convergence of the ICP algorithm is more or less acceptable. In any case, some doubt always remains due to the uncertain measurements taken during acquisition. Although every scansion is very accurate, propagation errors produce deviations in the entire alignment compared to the real surface. The greater the number of images to be aligned, the greater the number of errors. In the case of closed surfaces the effect of these errors are generally isotropically compensated with a spherical type of symmetry in which each range map has a circular iteration with the adjacent range maps during the iterative alignment stage. The case in point, however, regards an open surface.*

*A third solution consists in the use of laser radar, but in this case, the costs of the survey are greater than the costs to manually rebuild the mould and the new milling.*

*To avoid these problems, we chose to use a number of different tools. In fact, a triangulation laser optics acquisition system was coupled with a passive optics system (a low cost calibrated digital photogrammetry) that compensated the reduction in the acquirable*



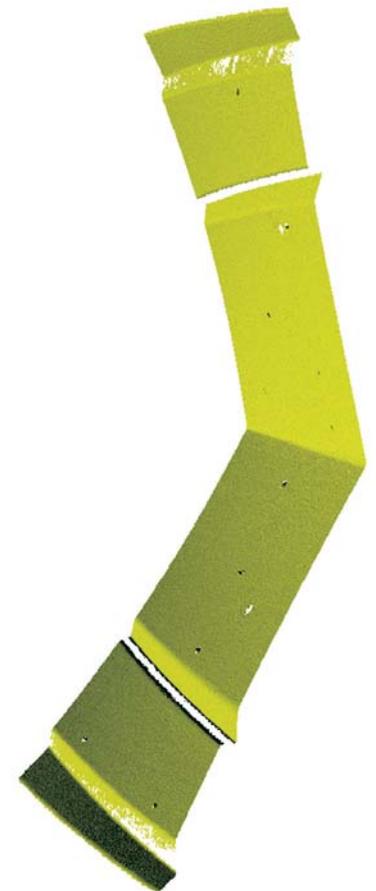
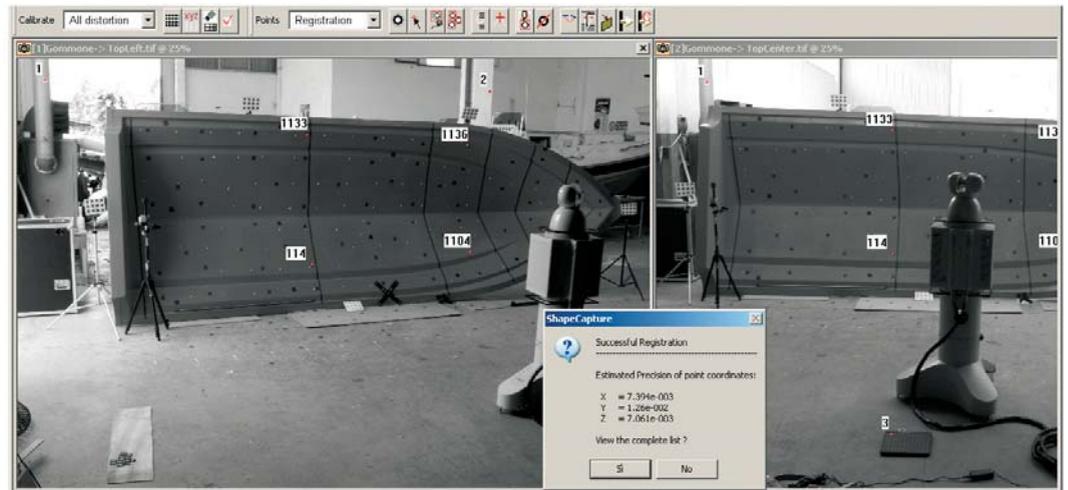
5/ Il laser scanner Shapegrabber SG1000.  
*The Shapegrabber SG1000 laser scanner.*

6/ Registrazione delle immagini, con la precisione stimata del punto nelle finestre di lavoro del software di fotogrammetria ShapeCapture della ShapeQuest Inc.  
*Recording the images, with the estimated precision of the point in the screens of the photogrammetric software ShapeCapture made by ShapeQuest Inc.*

grandi quanto maggiore è il numero delle immagini da allineare. Gli effetti di questi errori sono generalmente isotropicamente compensati, nel caso di superfici chiuse, con una simmetria di tipo sferico in cui ciascuna range map ha un'iterazione circolare con le range map contigue durante la fase di allineamento iterativo, ma il nostro caso è quello di una superficie aperta.

Una terza soluzione consiste nell'utilizzo di un laser radar, ma in questo caso i costi di rilievo sono maggiori di quelli della ricostituzione dello stampo per via manuale e della sua nuova fresatura.

Per evitare questi problemi si è scelto di utilizzare un'attrezzatura mista. Un sistema di



8/ Schema del processo di elaborazione e analisi dei dati per valutare gli effetti delle due differenti procedure di allineamento delle range map. Chart of the elaboration and analysis of the data to assess the effects of the two different alignment procedures of the range maps.

7/ Il laser radar LR200 della Leica Geosystems. The LR200 laser radar made by Leica Geosystems.

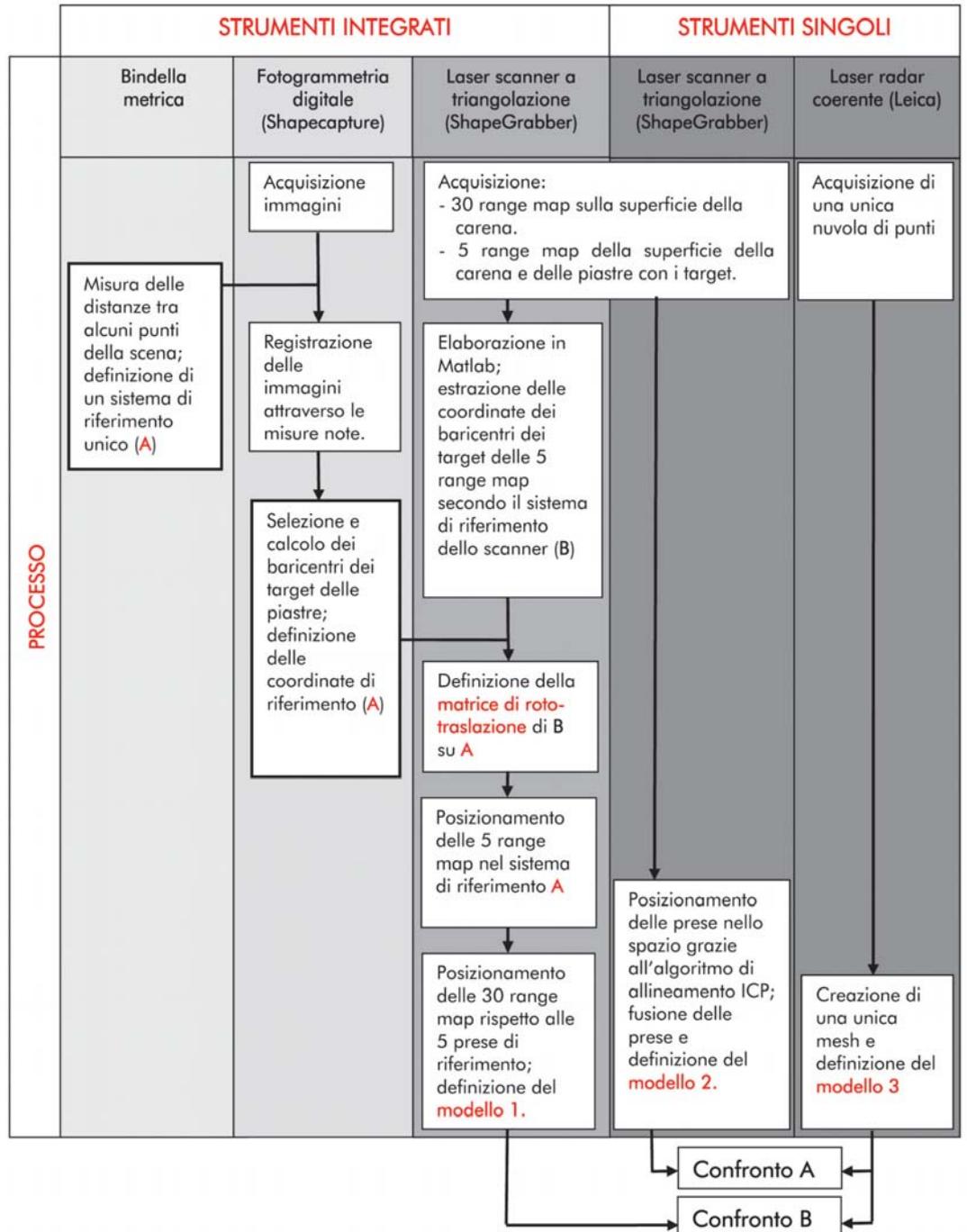


acquisizione ottico laser a triangolazione è stato, infatti, integrato con un sistema ottico passivo (una fotogrammetria digitale calibrata a basso costo) che compensa la minor area acquisibile a parità di accuratezza nella misura, così da minimizzare la distorsione metrica complessiva sul modello finale. Ciò permette, nel contempo, costi di acquisizione assai più bassi (di un ordine di magnitudine) rispetto a quelli del sistema laser radar<sup>5</sup>. La qualità del metodo di allineamento messo a punto è stata verificata utilizzando un laser radar in grado di acquisire tutta la superficie di interesse mediante una singola scansione, mantenendo un elevato grado di accuratezza (inferiore a 0,1 mm) e un'incertezza di misura comparabile con quella dell'altro scanner impiegato.

**Strumenti**

Gli strumenti utilizzati nella campagna di rilievo sono stati tre: il laser scanner SG1000 della ShapeGrabber, il sistema di fotogrammetria ShapeCapture della ShapeQuest Inc. congiuntamente a una fotocamera Canon EOS 10 D reflex digitale e il laser radar LR200 della Leica.

area but guaranteed the same accuracy; this minimised the overall metric distortion of the final model. At the same time, this provided relatively cheaper acquisition costs compared to the costs associated with a laser radar system.<sup>5</sup> The validity of this method was tested with a laser radar capable of acquiring all the given



9/ Modello dello stampo del guscio generato col laser radar LR200. La mesh, nonostante la mancanza di piccole aree vicino alla poppa, può fungere da riferimento per la comparazione con altre tecniche di rilievo e costruzione dei modelli.

*Model of the mould of the hull created using the laser radar LR200. Even if small areas near the stern are missing, the mesh can be appropriately used as a reference for comparisons with other survey and model construction techniques.*

10/ Mesh generate fondendo le range map in fig. 11. Il guscio è visivamente coerente con l'oggetto reale e il modello ottenuto dai dati forniti dallo scanner LR200.

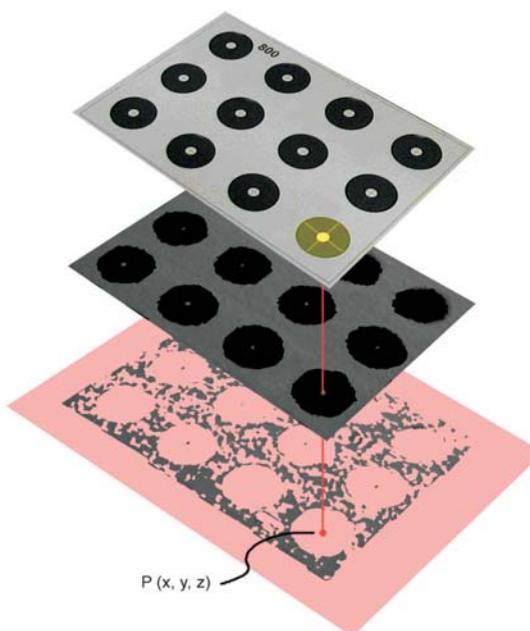
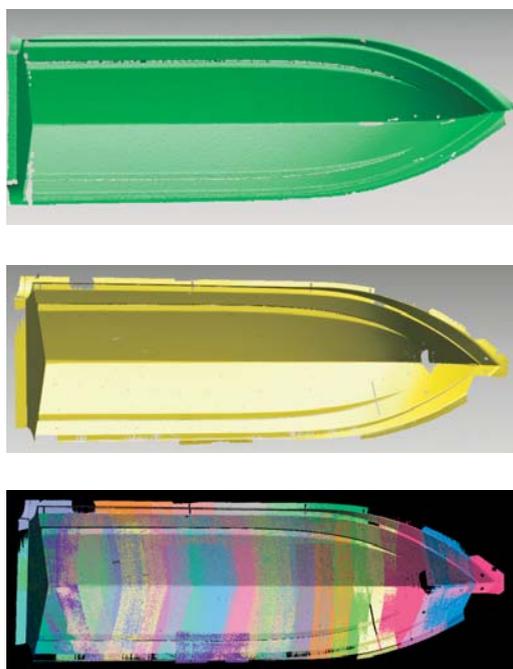
*Mesh created by merging the range maps in fig. 11. The hull appears to be visually coherent with the real object and with the model created using the data provided by the scanner LR200.*

11/ Allineamento finale tra 30 range map dello scafo ottenuto con semplice algoritmo ICP. Le transizioni tra una range map e la sua adiacente sono assai graduali, situazione che testimonia un buon allineamento.

*Final alignment of the 3D range maps of the hull using a simple ICP algorithm. The transition between one range map and the next are fairly gradual; this means that the alignment is good.*

12/ Procedura per estrarre i centroidi 3D dalle range map, migliorando la risoluzione spaziale e riducendo gli effetti di incertezza della misura del laser scanner.

*Procedure to extract the 3D centroids from the range maps, improving spatial resolution and reducing the effects of the uncertainties in the laser scanner measurements.*



*surface with a single scansion, maintaining a high level of accuracy (less than 0.1mm) and a measurement uncertainty comparable to that of the other scanner we used.*

### Instruments

*We used three pieces of equipment during the survey: the ShapeGrabber laser scanner SG1000, the ShapeCapture photogrammetry system by ShapeQuest Inc. together with a Canon EOS 10 D digital reflex camera and a Leica laser radar LR200.*

*The SG1000 laser scanner is an optic instrument that uses triangulation. During the survey, the instrument was always located at a distance of approximately 800 mm from the surface, with a depth of field that varied between 250 and 1,150 mm. This produced a series of scansions with a good resolution compared to the geometric and morphological characteristics of the object (0.35 mm in x and 2 mm in y) as well as an acceptable accuracy ( $\sigma_z = 100$  micron).*

*ShapeCapture is a photogrammetry system based on low cost software that allows the user to calibrate a digital camera. It's possible to use any commercially available camera, but the user has to use a suitable calibration grid. The Canon EOS 10 D camera has a 6.3 million pixel CMOS sensor with a 3:2 aspect ratio. During the survey we used a 24 mm, f1.4 wide-angle lens. To calibrate the machine, we acquired 3 images of the grid in the laboratory and we identified the centroids of the support points. We knew the position of the latter thanks to a previous topographic survey and used them to establish the 9 parameters of the camera that define the distortions according to the photogrammetric model described in literature. The LR200 laser radar is an extremely accurate instrument; it combines the functions of a Laser Scanner Time of Flight (TOF) with an interferometer and uses the same functions as a CW radar that transmits wavelengths in FM. This provides greater accuracy than a triangulation scanner but it also allows the user to work far away from the object to be surveyed. In this case, we were able to acquire the entire surface of the mould with just one scansion, at a distance of about 4 meters, and an accuracy of  $\pm 12,5 \mu\text{m}$ .*

Il laser scanner SG1000 è uno strumento ottico con funzionamento a triangolazione. Durante la campagna di rilievo lo strumento è stato posizionato a una distanza costante di 800 mm circa dalla superficie, impostando una profondità di campo variabile da 250 a 1.150 mm. Ciò ha permesso di ottenere una sequenza di scansioni caratterizzate da una buona risoluzione rispetto alle caratteristiche geometriche e morfologiche dell'oggetto (0,35 mm in x, 2 mm in y) e una precisione accettabile ( $\sigma_z = 100$  micron).

ShapeCapture è un sistema di fotogrammetria basato su un software a basso costo che permette di effettuare la calibrazione di una camera digitale a cura dell'utente. La camera può essere una qualsiasi macchina disponibile in commercio, ma l'utente deve dotarsi di una opportuna griglia di calibrazione. La fotocamera Canon EOS 10 D è caratterizzata da un sensore CMOS da 6,3 milioni di pixel effettivi con un aspetto di forma 3:2. Nella sessione di rilievo è stato utilizzato un obiettivo grandangolare 24 mm; f 1,4. Per la calibrazione della macchina sono state acquisite tre immagini della griglia presente in laboratorio e sono stati individuati i centroidi dei punti d'appoggio, la cui posizione era nota a priori a seguito di un rilievo topografico. Da questi

sono stati ricavati i 9 parametri interni della camera, che ne definiscono le distorsioni secondo il modello fotogrammetrico riportato in letteratura.

Il laser radar LR200 è uno strumento estremamente accurato, che combina il funzionamento di un Laser Scanner Time of Flight (TOF) con un interferometro e usa lo stesso principio di funzionamento di un radar CW, in cui le onde trasmesse sono modulate in frequenza. Questa particolarità garantisce un'accuratezza sul singolo dato migliore di uno scanner con funzionamento a triangolazione, mantenendo, nel contempo, la possibilità di lavorare a grandi distanze dagli oggetti che devono essere rilevati. Nel caso specifico è stato possibile acquisire tutta la superficie dello stampo con un'unica scansione, a distanza di circa 4 metri, con un'accuratezza pari a  $\pm 12,5 \mu\text{m}$ .

### Sperimentazione

In una prima fase la carena della barca è stata acquisita con singoli strumenti. Il rilievo iniziale è stato portato a termine con lo scanner radar LR200, che ha prodotto una nuvola di punti non strutturata; l'insieme dei punti è stato triangolarizzato in un secondo momento utilizzando il software Rapidform, otte-

13/ Visualizzazione della scansione per toni di grigio e definizione di un piano fittante con i target di appoggio nel sistema con appoggio fotogrammetrico.

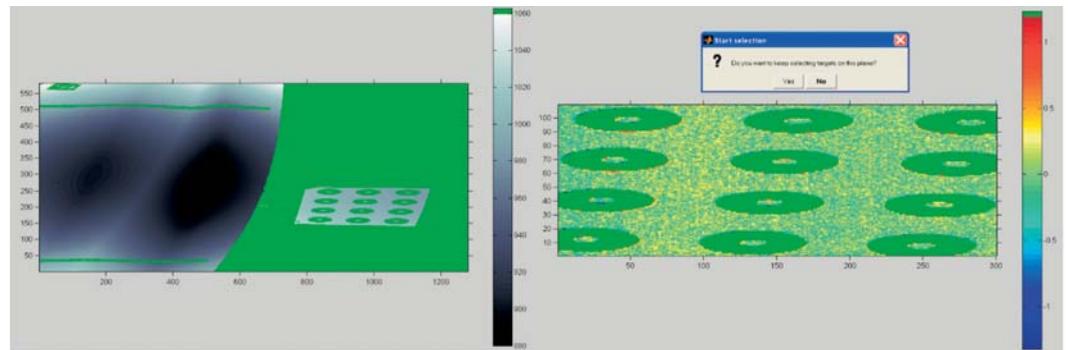
*Visualisation of the scansions per tones of grey and definition of a fitting plane with the support targets in the system with photogrammetric support.*

14/ Immagine generale del guscio nel software di fotogrammetria con tutti i punti identificati.  
*Overall image of the hull in the photogrammetric software with all the identified points.*

nendo un modello che, data la particolare accuratezza dello strumento, è stato utilizzato come termine di paragone (*gold standard*) per gli altri modelli. Definita una risoluzione di scansione di 1 cm, il tempo d'acquisizione dell'oggetto è stato di 3 ore e si è ottenuto un modello definito da 182.725 punti e 360.334 poligoni.

Successivamente è stato utilizzato il laser scanner SG1000. Prima di iniziare il rilievo sono stati misurati e predisposti a terra una serie di riferimenti visibili che indicassero i punti precisi in cui lo scanner doveva essere posizionato, in modo da ottimizzare i tempi di scansione e il numero delle prese fatte, garantendo nel frattempo una sufficiente sovrapposizione tra le diverse scansioni (sempre  $\geq 35\%$ ). Per ovviare al problema dell'assenza di punti di riferimento sulla superficie del gommone, sono stati fissati piccoli pezzi di plastilina su tutta la superficie, in modo tale da caratterizzare le aree dell'oggetto. È stata poi eseguita una sequenza di scansioni impostando l'asse di rotazione della testa parallelo all'asse longitudinale dello stampo, così da realizzare l'acquisizione di un'intera sezione dello stampo per ogni singola presa. Le singole prese sono state quindi allineate tramite il programma d'elaborazione Polyworks IMalign<sup>6</sup>. I valori di deviazione standard ottenuti a seguito dell'ultimo allineamento globale sono oscillati tra 0,12 e 0,28 mm, mentre il parametro di risoluzione media complessiva dell'intero progetto è stato di 1,76 mm, evidenziando dunque ottimi parametri di allineamento, che hanno permesso la costruzione di un modello «apparentemente» corretto. Si è passati infine alla fase di fusione delle prese ottenendo un modello poligonale definito da 655.672 punti e 1.275.078 poligoni.

L'ultima fase è stata quella relativa all'integrazione di diverse metodologie di rilievo: il sistema ShapeCapture e il laser scanner SG1000. In questo caso l'allineamento è stato realizzato tramite alcune range map prese sui bordi dello stampo, orientate dalla fotogrammetria e bloccate in quelle posizioni, sulle quali sono state allineate tutte le restanti immagini 3D tramite un ICP globale. Il punto cruciale di questa procedura è rappresentato dall'accuratezza della roto-trasla-



zione di ogni range map periferica. Per questo scopo è stato utilizzato un insieme di target collocati su piani di supporto progettati e costruiti nel nostro laboratorio, la cui qualità principale è quella di essere facilmente riconoscibili sia dal sistema di scansione 3D che dalla fotogrammetria. Per questo motivo essi sono stati progettati in modo da essere dotati di: 1) alto contrasto, così da rendere più facile la selezione dei target con il software di fotogrammetria; 2) alta planarità, cosicché durante il *post processing* delle range map la loro superficie possa essere approssimata con un appropriato piano invece di utilizzare un insieme di dati grezzo tipicamente soggetto a

### Experimentation

*Initially the hull of the boat was acquired with separate instruments. The first survey was carried out with a LR200 radar scanner which provided an unstructured points cloud; the points were later triangularised using Rapidform software. Given the instrument's extreme accuracy, the ensuing model was used as a gold standard for other models. Having established a scansion resolution of 1cm, it took three hours to acquire the object. This generated a model with 182,725 points and 360,334 polygons.*

*Then we used the SG1000 laser scanner. Before starting the survey, we marked and*



15/ Comparazione tra il modello *gold standard* la prima mesh allineata col solo metodo ICP e la seconda mesh ottenuta fondendo l'allineamento ICP guidato dalla fotogrammetria. Nel primo caso è evidente una cospicua discrepanza (7,5 cm) che scende a meno di 0,5 cm nel secondo caso.  
*Comparison between the gold standard model the first mesh aligned using only the ICP method and the second mesh created by merging the ICP alignment controlled by the photogrammetry. The substantial discrepancy (7.5 cm) of the first case has gone down to less than 0.5 cm.*

16/ Le curve di sezione principali (passo 10 cm) e le curve di sezione principali e quelle dei particolari (passo 2 cm) utilizzate per ricostruire il modello NURBS dello scafo da utilizzare per la riprogettazione.  
*The curves of the main section (pitch 10 cm) and the curves of the main sections and those of the details (pitch 2 cm) used to recreate the NURBS model of the hull to be used in the new design.*

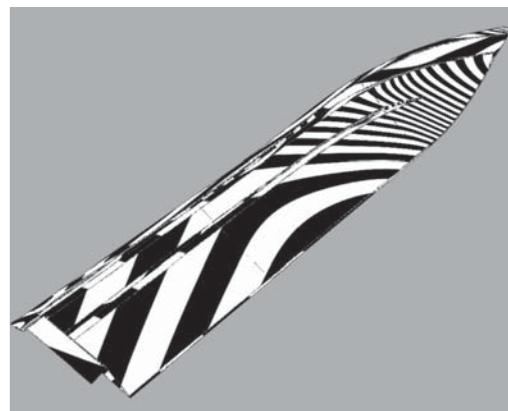
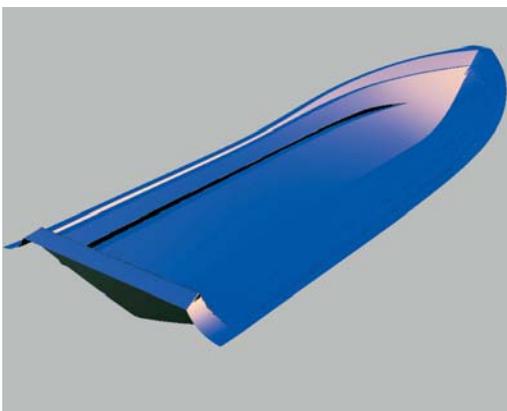
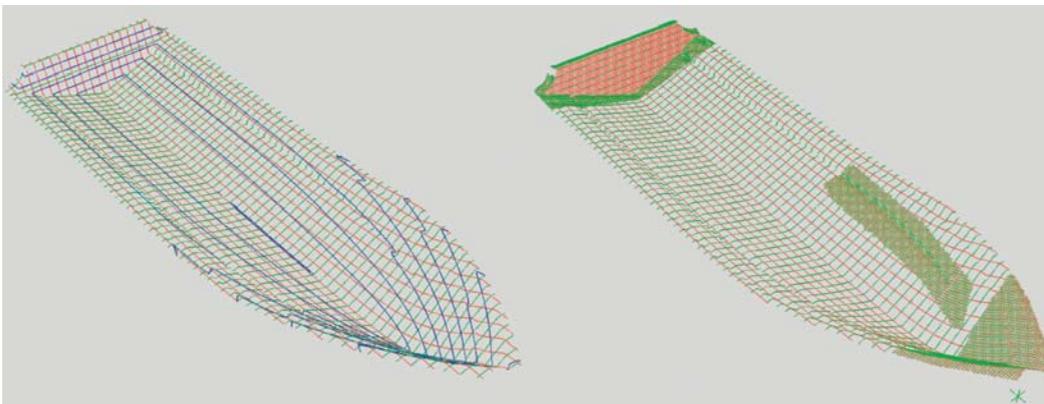
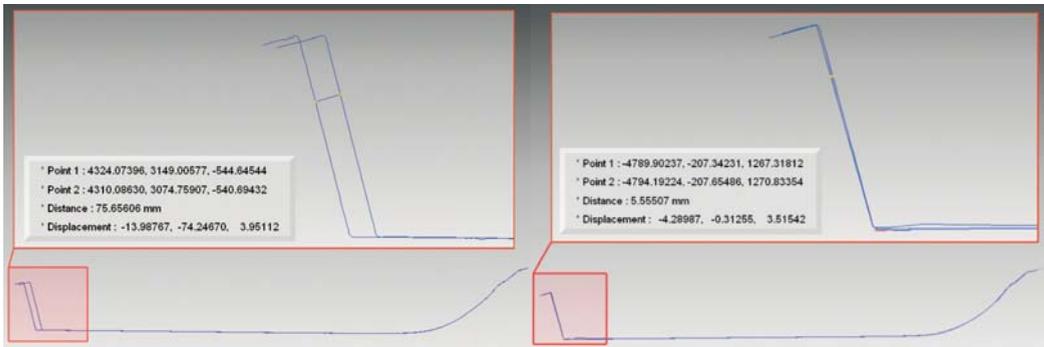
17/ Verifica della continuità di tangenza tra le superfici adiacenti nel modello ricostruito tramite lo strumento grafico *zebraline*.  
*Verification of the continuity of tangency between the surfaces next to the model recreated using the graphic zebra line instrument.*  
 18/ Superficie NURBS finale ombreggiata.  
*The final, shadowed NURBS surface.*

errori nelle aree ad alto contrasto dell'immagine; 3) un alto numero di target, per rendere più robusta la procedura di rototraslazione; 4) una distanza nota tra i target, al fine di fornire la possibilità di controllare accuratezza e deviazione della posizione del target misurata con entrambi i sistemi, in ogni fase dell'elaborazione.

Il processo globale di integrazione fra i due strumenti è stato pertanto condotto in maniera sequenziale secondo le seguenti fasi:

- acquisizione delle scansioni e delle immagini necessarie per l'integrazione dei dati;
- elaborazione nel software ShapeCapture: inserimento dei parametri di calibrazione e registrazione delle immagini multiple (*bundle adjustment*) utilizzando le distanze misurate nella scena;
- identificazione dei target sulle piastre e determinazione delle coordinate tridimensionali dei punti rispetto al sistema di riferimento definito dalle tre distanze;

*measured a series of visible reference points on the ground, indicating the precise points where the scanner had to be placed so as to optimise the length of the scansion and the number of scans; we also guaranteed sufficient superimposition between the various scansions (always  $\geq 35\%$ ). Since we didn't have reference points on the surface of the inflatable boat, we covered it with small pieces of plasticine in order to characterise the areas of the object. We then carried out a series of scansions placing the axis of rotation of the head parallel to the longitudinal axis of the mould, so that we could acquire an entire section of the mould with each scan. The scans were then aligned using the data processing Polyworks IAlign software.<sup>6</sup> The standard deviation values after the last global alignment varied between 0.12 and 0.28 mm. The overall mean resolution parameter of the entire project was 1.76 mm. This confirms the excellent alignment parameters which allowed us to create an 'apparently' correct model. Finally, we merged the scans and obtained a polygonal model with 655,672 points and 1,275,078 polygons. The final stage involved integrating the different survey methodologies: the ShapeCapture with the laser scanner SG10000. In this case, alignment was achieved using several range maps taken at the edges of the mould, positioned by the photogrammetry and maintained in those positions. All the other 3D images were aligned on these positions using a global ICP. The crucial part of this procedure is the accuracy of the rototranslation of each peripheral range map. To do this we used a set of targets on the support planes designed and built in our laboratory: their main characteristic consisted in being easily recognised by the 3D scansion system and by photogrammetry. For this reason they were designed and equipped with: 1) high contrast to make it easier for the photogrammetry software to choose a target; 2) extreme flatness so that during the post processing of the range maps their surface could be approximated with an appropriate plane instead of using a set of sketchy data usually subject to errors in the high contrast areas of the image; 3) a high*



19/ Dati estratti dalla fotogrammetria e dalle scansioni 3D sul piano di target 300.  
Data from the photometry and 3D scansions on the target plane 300.

20/ Dati estratti dalla fotogrammetria e dalle scansioni 3D sul piano di target 400.  
Data from the photometry and 3D scansions on the target plane 400.

- elaborazione delle scansioni 3D: *best-fitting* di un piano che minimizzi lo scarto quadratico medio con le misure, usando il metodo delle componenti principali, che permette di ottenere buoni risultati indipendentemente dall'orientamento della camera rispetto al bersaglio;  
- selezione delle mire sull'immagine associata alla range map (*texture*), normalmente acquisita insieme al dato geometrico, che porta al-

la determinazione del baricentro di ogni mira sul piano immagine;

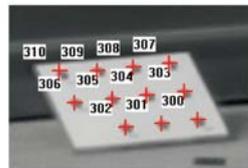
- proiezione di tale baricentro sul piano originato dal *fitting*, in modo da avere una stima quanto più possibile accurata della posizione nello spazio del baricentro di ogni mira;  
- determinazione delle coordinate tridimensionali dei baricentri dei target rispetto al sistema di riferimento dello scanner 3D;

number of targets to boost the rototranslation procedure; 4) a known distance between the targets to control the accuracy and deviation of the position of the target measured with both systems during every stage of the processing. The global process of integration between the two instruments was carried out sequentially based on the following stages:

- acquisition of the scansions and images necessary to integrate the data;
- processing of the ShapeCapture software: insertion of the calibration parameters and recording of the multiple images (bundle adjustment) using the distances measured in the scene;
- identification of the target on the sheets and selection of the three-dimensional coordinates of the points compared to the reference system defined by the three distances;
- processing of the 3D scansions: *best-fitting* of a plane that minimises the least mean square between the measurements, using the principal component method that provides good results notwithstanding the direction faced by the camera compared to the target;
- choice of the targets on the image associated with the range map (*texture*), usually acquired together with the geometric data, that determines the barycentre of every target on the image plane;
- projection of this barycentre on the plane produced by the fitting so as to estimate the position of the space in the barycentre of each target as accurately as possible; determination of the three-dimensional coordinates of the barycentres of the target compared to the reference system of the 3D scanner;
- definition of the rototranslation matrix between the two reference systems minimising the least mean square between similar points, using the well-known method based on Unit Quaternions<sup>7</sup>;
- spatial positioning of the 3D scansions of the sheets;
- alignment of the scans carried out with the laser scanner SG1000 compared to the scans 'blocked' in space.

By taking these precautions, the standard deviation values recorded during the global alignment of the scans was approximately 0.2 mm, while the polygonal model was defined with 623,780 points and 1,196,359 polygons.

	Target	Distanza calibro	Distanza Fotogramm.	Distanza scan3D	$\Delta f$	$\Delta$ 3DSc
Orizzontale	300-301	50,00	49,70323	50,14697	-0,30	0,15
	301-302	50,00	50,21101	50,01431	0,21	0,01
	303-304	50,00	49,80023	49,31701	-0,20	-0,68
	304-305	50,00	49,79586	49,22651	-0,20	-0,77
	305-306	50,00	49,94736	51,18532	-0,05	1,19
	307-308	50,00	49,58963	50,41509	-0,41	0,42
	308-309	50,00	50,06593	50,27954	0,07	0,28
	309-310	50,00	50,6974	*	0,70	*
			Media $\Delta$		-0,02	0,08
			Std D		0,35	0,67
Verticale	300-303	50,31	49,93035	50,35476	-0,38	0,04
	301-304	50,40	50,07899	50,30314	-0,32	-0,10
	302-305	50,26	49,77881	49,98477	-0,48	-0,28
	303-307	50,16	50,41044	49,88487	0,25	-0,28
	304-308	50,08	50,39227	50,161	0,31	0,08
	305-309	50,10	50,39641	50,6042	0,30	0,50
	306-310	50,11	*	50,02131	*	-0,09
				Media $\Delta$		-0,05
			Std D		0,38	0,27



	Target	Distanza calibro	Distanza Fotogramm.	Distanza scan3D	$\Delta f$	$\Delta$ 3DSc
Orizzontale	401-402	50,40	50,28112	49,78772	-0,12	-0,61
	402-403	50,50	50,58208	50,857	0,08	0,36
	404-405	50,36	50,46108	50,21095	0,10	-0,15
	405-406	50,40	49,62487	50,02077	-0,78	-0,38
	406-407	50,50	50,86141	50,91005	0,36	0,41
	408-409	50,36	50,48314	50,43878	0,12	0,08
	409-410	50,40	49,85283	50,06746	-0,55	-0,33
	410-411	50,50	50,82768	50,13333	0,33	-0,37
			Media $\Delta$		-0,04	-0,09
			Std D		0,41	0,37
Verticale	400-404	46,02	45,86149	45,84837	-0,16	-0,17
	401-405	46,02	46,14773	45,94471	0,13	-0,08
	402-406	46,02	45,8059	45,96004	-0,21	-0,06
	403-407	46,02	45,79218	45,8388	-0,23	-0,18
	404-408	46,48	46,28322	46,59188	-0,20	0,11
	405-409	46,48	46,207	46,53209	-0,27	0,05
	406-410	46,48	46,74265	46,51596	0,26	0,04
	407-411	46,48	46,3774	46,62672	-0,10	0,15
			Media $\Delta$		-0,10	-0,02
			Std D		0,19	0,12



21/ Dati estratti dalla fotogrammetria e dalle scansioni 3D sul piano di target 500.

*Data from the photometry and 3D scansions on the target plane 500.*

22/ Dati estratti dalla fotogrammetria e dalle scansioni 3D sul piano di target 700.

*Data from the photometry and 3D scansions on the target plane 700.*

- definizione della matrice di roto-traslazione tra i due sistemi di riferimento minimizzando gli scarti quadratici tra punti omologhi, attraverso il noto metodo basato sugli *Unit Quaternions*<sup>7</sup>;
- posizionamento spaziale delle scansioni 3D delle piastre;
- allineamento delle prese fatte con il laser

scanner SG1000 rispetto alle prese «blocate» nello spazio.

Utilizzando questi accorgimenti i valori di deviazione standard ottenuti nella fase di allineamento globale delle prese si sono attestati intorno a 0,2 mm, mentre il modello poligonale è stato definito da 623.780 punti e 1.196.359 poligoni.

### Testing data accuracy

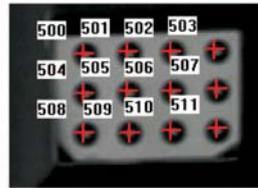
Two types of tests were carried out to determine data accuracy: on single data and the entire volumetry of the model. Tables in figures 19-23 illustrate in detail the measurements from the ShapeCapture photogrammetry, the scansioni with the laser SG1000 and the differences achieved by using digital centesimal calibres. Photogrammetry led to the separation of the horizontal and vertical distances; the presence of a bigger horizontal base-line led to greater precision of the data in question. For the scanner the difference in both directions is almost zero. This quality control test confirmed a deviation of just a few decimals between the optic measurement and the calibrated measurements.

This table shows the extreme accuracy of every data of the two measurement systems, taking the values from the centesimal calibre as a gold standard. In particular, the mean accuracy of the data and the precision of the instruments used in the survey (standard deviation) are both excellent.

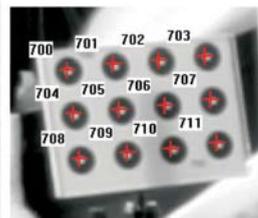
The second type of test involved a comparison between the reference model established using the laser radar and the two models established with the other two techniques (single and integrated). Our aim was to show the presence of any differences between the surfaces of the models. To do all this, all the polygonal models were realigned compared to the bow, so as to compare the distances between the stern mirrors.

The first comparison involved the two models created by each laser instrument. The gap between the two stern mirrors (7.5 cm) showed that the definition of a polygonal model based on a large object doesn't only depend on the correct alignment of each scan, but also on the global control of the object's volumetry. The excellent parameters in model 2 during alignment refer to the material characteristics which, on the one hand, led to very low parameters of standard deviation, but, on the other, indicated a clear limit in the automatic algorithm of alignment (ICP) that wasn't able to locate minimums on an extremely regular surface. The incorrect minimisation of the data led to a shift in each scan of approximately 3

	Target	Distanza calibro	Distanza Fotogramm.	Distanza scan3D	Differenza	
					$\Delta f$	$\Delta$ 3DSc
Orizzontale	501-502	50,39	50,56565	50,45506	0,18	0,07
	502-503	50,48	50,49019	50,8532	0,01	0,37
	504-505	50,38	50,4813	50,26919	0,10	-0,11
	505-506	50,38	50,02645	50,73135	-0,35	0,35
	506-507	50,48	51,15359	50,3449	0,67	-0,14
	508-509	50,37	50,88963	50,22184	0,52	-0,15
	509-510	50,39	49,7732	50,3525	-0,62	-0,04
	510-511	50,48	50,86679	50,53253	0,39	0,05
			Media $\Delta$	0,12	0,07	
			Std D	0,43	0,21	
Verticale	500-504	46,21	46,22845	46,14199	0,02	-0,07
	501-505	46,08	46,08811	45,9192	0,01	-0,16
	502-506	46,17	46,05426	46,09832	-0,12	-0,07
	503-507	46,11	46,28427	46,15591	0,17	0,05
	504-508	46,49	46,66847	46,16766	0,18	-0,32
	505-509	46,44	46,72329	46,54883	0,28	0,11
	506-510	46,51	46,49908	46,39694	-0,01	-0,11
	507-511	46,44	46,55191	46,40435	0,11	-0,04
			Media $\Delta$	0,08	-0,08	
			Std D	0,13	0,13	



	Target	Distanza calibro	Distanza Fotogramm.	Distanza scan3D	Differenza	
					$\Delta f$	$\Delta$ 3DSc
Orizzontale	701-702	49,81	49,83999	49,57247	0,03	-0,24
	702-703	49,82	49,92605	49,91433	0,11	0,09
	704-705	49,71	50,24515	50,18478	0,54	0,47
	705-706	49,81	49,43336	49,66742	-0,38	-0,14
	706-707	50,04	49,75159	49,56665	-0,29	-0,47
	708-709	49,82	50,01728	49,9795	0,20	0,16
	709-710	49,83	49,06353	50,00826	-0,77	0,18
	710-711	49,86	50,44643	49,83284	0,59	-0,03
			Media $\Delta$	0,00	0,03	
			Std D	0,46	0,29	
Verticale	700-704	46,02	46,21013	46,05435	0,19	0,03
	701-705	46,06	46,22853	45,99231	0,17	-0,07
	702-706	46,09	46,01975	45,98634	-0,07	-0,10
	703-707	46,13	46,04442	45,94019	-0,09	-0,19
	704-708	46,01	46,12684	46,16974	0,12	0,16
	705-709	46,03	46,04137	46,13291	0,01	0,10
	706-710	46,07	46,10808	46,20211	0,04	0,13
	707-711	46,13	46,1232	46,18855	-0,01	0,06
			Media $\Delta$	0,05	-0,02	
			Std D	0,10	0,12	



23/ Dati estratti dalla fotogrammetria e dalle scansioni 3D sul piano di target 800.

Data from the photometry and 3D scansion on the target plane 800.

### Verifica dell'accuratezza dei dati

Le verifiche dell'accuratezza dei dati sono state eseguite su due livelli distinti: singolo dato e intera volumetria del modello. Nelle tabelle delle figure 19-23 sono riportate in dettaglio le misure provenienti dalla fotogrammetria Shapecapture, dalle scansioni con il laser SG1000 e le differenze tra queste e quelle di precisione, realizzate tramite calibro centesimale a lettura digitale. La divisione tra le distanze orizzontali e verticali è nata dalla fotogrammetria, nella quale la presenza di una maggiore *base-line* in orizzontale ha determinato una maggiore precisione del dato in quella direzione. Per lo scanner la differenza nelle due direzioni è quasi nulla. Tale controllo di qualità ha mostrato una deviazione di pochi decimi tra la misura ottica e le misure prese col calibro.

Questa tabella dimostra una grande correttezza del singolo dato estratto dai due sistemi di misura, tenendo presente i valori estratti con il calibro centesimale come termine di confronto *gold standard*. In particolare è evidente una buona accuratezza media del dato e una precisione degli strumenti utilizzati nel rilievo (*standard deviation*) altrettanto valida. Il secondo livello di verifica è consistito nel confronto tra il modello di riferimento otte-

nuto con il laser radar e i due modelli ottenuti con le altre due tecniche (singola e integrata), al fine di evidenziare la presenza di eventuali scarti tra le varie superfici dei modelli. Per fare questo tutti i modelli poligonali sono stati ri-allineati rispetto alla prua, in modo da confrontare le distanze esistenti tra gli specchi di poppa.

Il primo confronto è stato fatto tra i due modelli ottenuti dai singoli strumenti laser. Lo scostamento presente tra i due specchi di poppa (7,5 cm) ha dimostrato che la definizione di un modello poligonale a partire da un oggetto di grandi dimensioni non dipende solo dal corretto allineamento delle singole prese ma anche dal controllo globale della volumetria dell'oggetto. Gli ottimi parametri ottenuti nel modello 2 in fase d'allineamento sono relativi alle caratteristiche del materiale, che da un lato ha portato a parametri di *standard deviation* molto bassi, ma dall'altro ha indicato un chiaro limite nell'algoritmo automatico di allineamento (ICP), che non è riuscito a individuare minimi su una superficie estremamente regolare. La non corretta minimizzazione dei dati ha portato a uno slittamento della singola presa di circa 3 mm sull'asse longitudinale, a fronte di una scansione di 60 cm di lunghezza (1/20 della lun-

mm along the longitudinal axis when a 60 cm scansion was carried out (1/20 of the length). Moreover, the 7.5 cm error along the keel line compared to the 6.4 m length of the hull corresponds to a greater than 1% error, unacceptable for reverse modeling activities. During the second comparison, we analysed the deviations between the polygonal reference model and the one created by using several instruments. The tested methodology allowed us to almost eliminate the error, providing results very similar to the reference data (0.5 cm deviation instead of 7.5 cm), recorded with a much more expensive system.

The results prove that it's possible to establish a series of reference scansions in space on which to align all the others, making it possible to overcome the limits of the ICP and global control. It also allows a global accuracy comparable to that of much more expensive systems and makes it possible for many potential users to use 3D survey.

1. Currently, commercial scanners that have good quality and spatial resolution cost between 30,000-500,000 euro, and, in the case in question, this type of equipment is in the upper range. On 3D survey procedure see F. Bernardini, H. Rushmeier, The 3D Model Acquisition Pipeline, in "Computer Graphics Forum", vol. 21, n. 2, June 2002, pp. 149-172.

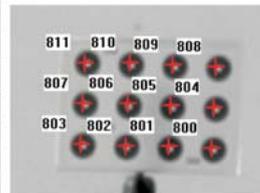
2. See. A. Beraldin, F. Blais, Active 3D sensing, 3D Digital Imaging and Modeling, '99 conference tutorial, October 1999.

3. F. Blais, A review of 20 years of range sensor development, in Videometrics VII, Proceedings of SPIE-IS&T Electronic Imaging, v. 5.013, 2003, pp. 62-76.

4. The algorithm in question has two basic variants depending on whether correspondence is carried out between points or a plane-point. These are illustrated in P.J. Besl, N.D. McKay, A method for registration of 3-D shapes, in "IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence", vol. 14, n. 2, February 1992, pp. 239-256; Y. Chen, G.G. Medioni, Object modeling by registration of multiple range images, in "Image and Vision Computing", vol. 10, n. 3, 1992, p. 145-155.

5. The method and use in a survey by Donatello's Maddalena are described in: G. Guidi, J.-A. Beraldin,

	Target	Distanza calibro	Distanza Fotogramm.	Distanza scan3D	$\Delta f$	$\Delta$ 3DSc
Orizzontale	801-802	49,71	48,67304	49,92299	-1,04	0,21
	802-803	49,71	50,36475	49,60173	0,65	-0,11
	804-805	46,85	50,03435	49,51991	0,18	-0,33
	805-806	49,68	49,01193	49,82271	-0,67	0,14
	806-807	49,75	50,22385	50,03241	0,47	0,28
	808-809	49,86	50,00202	49,35562	0,14	-0,50
	809-810	49,68	49,79684	49,8681	0,12	0,19
	810-811	49,73	49,8761	49,87767	0,15	0,15
			Media $\Delta$	0,08	-0,04	
			Std D	0,57	0,29	
Verticale	800-804	46,23	46,23958	46,15015	0,01	-0,08
	801-805	46,13	46,096	46,27647	-0,03	0,15
	802-806	46,16	46,19082	46,11844	0,03	-0,04
	803-807	46,12	46,19054	46,27089	0,07	0,15
	804-808	46,21	46,00405	46,49098	-0,21	0,28
	805-809	46,10	45,96302	46,10214	-0,14	0,00
	806-810	46,15	46,26682	46,26054	0,12	0,11
	807-811	46,16	46,25303	46,27768	0,09	0,12
			Media $\Delta$	-0,01	0,09	
			Std D	0,11	0,12	



ghezza). Peraltro, l'errore di 7,5 cm lungo la linea di chiglia rispetto alla lunghezza di 6,4 m dello scafo corrisponde a un errore maggiore dell'1%, non accettabile per attività come il *reverse modeling*.

Nel secondo confronto sono state analizzate le deviazioni tra il modello poligonale di riferimento e quello ottenuto dall'integrazione di più strumenti. La metodologia testata ha permesso quasi di cancellare l'errore, fornendo risultati molto vicini ai dati di riferimento (0,5 cm di deviazione invece di 7,5 cm), presi con un sistema notevolmente più dispendioso.

Dai risultati ottenuti si evince che la possibilità di fissare nello spazio una serie di scansioni di riferimento, su cui allineare tutte le altre, permette di superare quei limiti evidenziati di ICP e di controllo globale e consente una accuratezza globale comparabile a quella dei sistemi di un ordine di magnitudine più costosa, aprendo la possibilità di applicare il rilievo 3D a una più vasta gamma di utenti potenziali.

□ Marco Gaiani, Gabriele Guidi, Laura Micoli, Massimo Musio Sale, Michele Russo – Dipartimento di Industrial design, arti, comunicazione e moda, Politecnico di Milano.

1. Gli *scanner* commerciali di buona qualità e risoluzione spaziale hanno correntemente un costo di acquisto dell'ordine dei 30.000-500.000 euro e, nel caso in esame, l'attrezzatura tipica si attesta sul livello di costo più alto. Sulla procedura di rilievo 3D vedi F. Bernardini, H. Rushmeier, *The 3D Model Acquisition Pipeline*, in «Computer Graphics Forum», v. 21, n. 2, June 2002, pp. 149-172.

2. Vedi A. Beraldin, F. Blais, *Active 3D Sensing, 3D Digital Imaging and Modeling, '99 conference tutorial*, October 1999.

3. F. Blais, *A review of 20 years of range sensor development*, in *Videometrics VII, Proceedings of SPIE-IS&T Electronic Imaging*, v. 5.013, 2003, pp. 62-76.

4. L'algoritmo in questione presenta due differenti varianti di base a seconda che la corrispondenza sia fatta tra punti o punto-piano. Esse sono illustrate in P.J. Besl, N.D. McKay, *A method for registration of 3-D shapes*,

in «IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence», v. 14, n. 2, Feb. 1992, pp. 239-256; Y. Chen, G.G. Medioni, *Object modeling by registration of multiple range images*, in «Image and Vision Computing», v. 10, n. 3, 1992, pp. 145-155.

5. Il metodo e una sua applicazione al rilievo della *Maddalena* di Donatello sono descritti in: G. Guidi, J.-A. Beraldin, S. Ciofi, C. Atzeni, *Fusion of range camera and photogrammetry: a systematic procedure for improving 3D models metric accuracy*, in «IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Part B-Cybernetics», vv. 33-34, 2003, pp. 667-676; G. Guidi, J.-A. Beraldin, C. Atzeni, A. Cioci, *Accuracy Verification and Enhancement in 3D Modeling: Application to Donatello's Maddalena*, in *3DIM 2003 Fourth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling proceedings*, Banff, 2003; G. Guidi, J.-A. Beraldin, C. Atzeni, *High accuracy 3D modeling of Cultural Heritage: the digitizing of Donatello's "Maddalena"*, in «IEEE Transactions on Image Processing», v. 13-3, 2004, pp. 370-380.

6. Innovmetric *IMalign* usa un'ulteriore variante basata sui diagrammi di Venn per la quale vedi R. Bergevin, M. Soucy, H. Gagnon, D. Laurendeau, *A general surface approach to the integration of a set of range views*, in «IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence», v. 18, n. 5, May 1996, pp. 540-547.

7. B.K.P. Horn, *Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions*, in «Journal of the Optical Society of America A» v. 4, n. 4, 1987, pp. 629-642.

S. Ciofi, C. Atzeni, *Fusion of range camera and photogrammetry: a systematic procedure for improving 3D models metric accuracy*, in «IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Part B-Cybernetics», vol. 33-34, 2003, p. 667-676; G. Guidi, J.-A. Beraldin, C. Atzeni, A. Cioci, *Accuracy Verification and Enhancement in 3D Modeling: Application to Donatello's Maddalena*, in *3DIM 2003 Fourth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling proceedings*, Banff, 2003; G. Guidi, J.-A. Beraldin, C. Atzeni, *High accuracy 3D modeling of Cultural Heritage: the digitizing of Donatello's "Maddalena"*, in «IEEE Transactions on Image Processing», vol. 13-3, 2004, pp. 370-380.

6. Innovmetric *IMalign* uses a further variant based on Venn's diagrams. See R. Bergevin, M. Soucy, H. Gagnon, D. Laurendeau, *A general surface approach to the integration of a set of range views*, in «IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence», vol. 18, n. 5, May 1996, pp. 540-547.

7. B.K.P. Horn, *Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions*, in «Journal of the Optical Society of America A», vol. 4, n. 4, 1987, pp. 629-642.

## attualità

### Attività UID/AED

#### Unità e unicità: il futuro del disegno

XXVII Convegno internazionale dei docenti della rappresentazione  
Lerici, Villa Marigola  
6-8 ottobre 2005

Annamaria Parodi

Tema di discussione e di dibattito del II secondo congresso UID e XXVII convegno dei docenti della Rappresentazione è stato l'unità e l'unicità del disegno visto nella sua proiezione verso il futuro; unità intesa come incontro delle nostre diverse culture e delle nostre finalità e unicità come ricerca del comune denominatore di tutti i disegni, pur nella libertà interpretativa di ciascuno. Argomento, questo, di grandissima attualità in considerazione anche dell'esigenza di insegnamento delle discipline della Rappresentazione nei nuovi corsi di laurea triennali e specialistici.

L'interesse del tema ha richiamato un alto numero di partecipanti e, mai come in questa occasione, si è notata una attenta presenza di giovani. La loro partecipazione può considerarsi di buon auspicio ed essere il segnale di una continuità di intenti e di interessi per la disciplina della Rappresentazione.

La partecipazione è stata stimolata anche dalla diversa impostazione del programma, che ha visto il prevalere di dibattiti e tavole rotonde su interventi e relazioni dedicati ad argomenti specifici. Dopo il saluto di Maria Benedetta Spadolini, Preside della Facoltà di Architettura di Genova, e di Orietta Pedemonte, Direttore del Dipartimento DSA, che hanno messo in evidenza le diverse potenzialità del disegno, Gaspare De Fiore ha dato inizio ai lavori accompagnandoci nel «Bosco incantato» e individuando, attraverso una serie di citazioni e di riferimenti personali, le finalità del disegno, che deve essere qualche

cosa che «va al di là della tecnica, della semplice rappresentazione e interpretazione, per trovare una ragione, un significato, un messaggio più alto, rivelato nella luce della verità della bellezza».

Il pomeriggio è stato occupato dalla tavola rotonda – coordinate da Cesare Cundari, Mario Docci, Carmine Gambardella e Massimo Giovannini – sullo stato delle ricerche internazionali e nazionali; gli interventi dei relatori hanno sottolineato l'importanza di raggiungere un'alta qualità nel prodotto finale degli elaborati con la prospettiva di alzare il quoziente del lavoro e delle ricerche.

La mattinata del giovedì è stata dedicata al tema centrale dell'incontro: *Il ruolo del disegno*. Alla tavola rotonda hanno partecipato Adriana Baculo, Dino Coppo, Roberto De Rubertis, Luigi Mongiello i quali hanno evidenziato il valore del disegno inteso come fatto autonomo e indipendente; «non dobbiamo essere al servizio degli altri», ha sottolineato De Rubertis, «ma, in una civiltà dell'immagine quale è quella attuale, dobbiamo avere il dominio della situazione», il disegno deve pertanto proporsi come territorio specifico dell'invenzione, luogo privilegiato dove si conformano le linee guida del progetto. Il pomeriggio dello stesso giorno ha visto la presentazione delle due mostre in programma, una di Roberto Maestro che presentava una serie di suoi disegni e l'altra con i modelli delle macchine da cantiere realizzati da Paolo Marchi.

Dopo l'assemblea UID la giornata si è chiusa con l'assegnazione, per la prima volta, delle targhe *Magister*, andate a Mario Docci, Roberto Maestro, Paolo Marchi e Anna Sgrosso per l'impegno volto, in tutti questi anni, alla didattica e alla ricerca e con la consegna della targa d'argento a Livio Sacchi.

Il sabato è stato dedicato ai giovani, ai loro interventi e alle problematiche legate alle nuove scuole di dottorato. Emma Mandelli, che da anni si occupa di questo importante settore della formazione, ha illustrato le problematiche legate all'attivazione dei nuovi corsi e le novità in sede organizzativa e didattica.

Le giornate di studio si sono concluse con la presentazione di numerose pub-

## events

### *The Activities of the UID/AED*

#### *Unity and uniqueness: the future of drawing*

XXVII International Conference of Lecturers on Representation  
Lerici, Villa Marigola  
6-8 ottobre 2005

Annamaria Parodi

*The 2nd UID Congress and the 27th International Conference of Lecturers on Representation focused on the future of the unity and uniqueness of drawing; unity, in the sense of the merger of our different cultures and goals, and uniqueness as the search for a common denominator for all drawings, albeit freely interpreted. This issue is extremely topical since representation will be taught in the new three-year and specialist graduate courses.*

*Interest in the topic drew a large number of participants and never before has there been such a focused group of young people. Their participation in numbers can be considered a good omen for the future and the signal of continuing interest and commitment in representation. The fact the programme had more debates and round tables rather than speeches and addresses on specific issues certainly boosted participation.*

*The welcome addresses were delivered by Maria Benedetta Spadolini, Rector of the Faculty of Architecture in Genoa and Orietta Pedemonte, Director of the SDA Department who both emphasised the multiple possibilities drawing has to offer. Then Gaspare De Fiore opened the proceedings, taking us into the "Enchanted Wood." With a series of quotes and personal comments, he illustrated what drawing is all about; it has to be something that "is more than just technique, mere*

*representation and interpretation; it has to find a reason, a meaning, a supreme message revealed in the light of truth and beauty."*

*The round table held in the afternoon focused on the international and national research coordinated by Cesare Cundari, Mario Docci, Carmine Gambardella and Massimo Giovannini. The speakers emphasised the importance of always achieving high quality final results that would improve our work and research.*

*The main topic of the meeting, "The Role of Drawing," was debated on Thursday morning; Adriana Baculo, Dino Coppo, Roberto De Rubertis and Luigi Mongiello took part in the round table debate. They underlined the importance of drawing as an independent issue. Roberto De Rubertis said, "we mustn't be dominated by others, but in our present image-oriented civilisation, we must control the situation"; drawing has to be a place in which we can invent, a privileged place in which to elaborate design guidelines.*

*The two, programmed exhibitions opened in the afternoon. One exhibition was a series of drawings by Roberto Maestro; the other exhibition presented models of equipment and machines used in worksites made by Paolo Marchi.*

*After the UID Assembly, the day ended with the presentation, for the first time, of the Magister awards to Mario Docci, Roberto Maestro, Paolo Marchi and Anna Sgrosso for their long-standing commitment to education and research. The Silver Award was also presented to Livio Sacchi.*

*Saturday was dedicated to the young students, their speeches and the problems they have with the new Doctorate Schools. Emma Mandelli, who has been involved in this important sector for many years, explained the problems created by these new courses and the organisational and educational changes.*

*The meetings ended with the presentation of several, very important*

blicazioni, tutte di notevole spessore; tali opere hanno messo in luce l'interesse e l'impegno dei docenti e dei giovani nell'area della Rappresentazione, rivelando l'alta qualità della ricerca presente nelle diverse Facoltà.

## La Scuola di dottorato in Scienze della rappresentazione e del rilievo

Emma Mandelli

La nuova Scuola nazionale di dottorato del raggruppamento ICAR 17 nasce per decisione del consiglio Direttivo dell'UID facendo seguito alle considerazioni e alle motivazioni dibattute sia a Lerici che in altri incontri allargati, quali la giornata del dottorato svolta a Firenze nel luglio del 2005; incontri che hanno creato importanti momenti di confronto intorno ai temi più attuali della ricerca e alle prospettive future di inserimento dei giovani nell'università e nella professione.

In un momento come l'attuale, di profondi cambiamenti, i dottorati devono partecipare in maniera attiva alle trasformazioni in atto nella struttura universitaria. Anche a livello europeo l'attenzione ai corsi post laurea è rivolta alle prospettive che le attuali discipline formative aprono alla ricerca, in campi specifici di sempre maggior specializzazione scientifica e tecnologica. Per quanto concerne il raggruppamento ICAR 17 sappiamo tutti che, se gli intendimenti critici e metodologici della ricerca intorno al *disegno* come strumento rimangono immutati, la conoscenza di aree ancora poco esplorate, nonché la presenza della informatizzazione ad alti livelli e delle strumentazioni tecnologiche in continuo avanzamento ampliano e diversificano la possibilità di azione nel campo della ricerca nel nostro settore.

La tipologia di scuola attuata, ancora poco diffusa, si propone di potenziare i propri obiettivi attraverso lo scambio fra i giovani, il coordinamento della didattica e l'incentivazione della qua-

lità della ricerca. Tre punti cardine necessari per costruire una figura di ricercatore criticamente e operativamente preparato, consapevole delle potenzialità scientifiche dell'area disciplinare di afferenza.

Nel novembre del 2005 gli organi competenti dell'Università degli studi di Firenze, ateneo proponente, hanno approvato la formazione della Scuola con il titolo: *Scienze della rappresentazione e del rilievo*.

Sei dottorati dell'area ICAR 17 di diverse università fanno parte attualmente della scuola: l'Università di Chieti-Pescara, l'Università la Sapienza di Roma, il Politecnico di Bari, l'Università del Mediterraneo di Reggio Calabria, l'Università di Palermo, l'Università di Firenze.

L'accordo che è stato raggiunto per mettere a punto principi, obiettivi e coordinamento è stato facilitato dalla coesione già esistente del gruppo scientifico che fa riferimento all'Unione Italiana del Disegno.

Il coordinamento della scuola, nel primo triennio, è stato affidato all'Università di Firenze e il coordinatore del dottorato fiorentino, nella persona di chi scrive, è stato nominato Direttore. Nella mia nuova veste, pur cosciente delle difficoltà organizzative che la scuola comporta per il buon esito dell'iniziativa, ho fiducia nella partecipazione dei docenti dell'area ma anche nell'entusiasmo già ampiamente dimostrato dai giovani dottorandi ai quali non è sfuggito il significato di una rete della cultura di livello nazionale e mi auguro presto anche internazionale.

In questo primo anno la scuola ha avviato, con cautela, una sperimentazione didattica e organizzativa che permetta di raggiungere gli obiettivi prefissati e rimandi ulteriori decisioni alla valutazione dei risultati che si potranno verificare a livello funzionale e scientifico, ricordando che l'obiettivo finale resta l'individuazione di un metodo critico per operare in ambiti o in luoghi diversi confrontandosi con la complessità dei sistemi, dei linguaggi e delle forme per continuare a conoscere, capire, rappresentare e progettare.

*books that underline the interest and commitment of teachers and young students in representation, as well as emphasising the excellent quality of the research carried out in the various Faculties.*

## The Graduate School in Representation and Survey Sciences

Emma Mandelli

*The new National Graduate School of the ICAR 17 group was created following a decision by the UID Management Committee on the basis of the considerations and arguments debated in Lerici and other meetings, for example, the Graduate Day held in Florence in July 2005. These meetings have been excellent opportunities to discuss some of the most topical issues regarding research and the future career prospects for young students in universities and as professionals. At a time like this, with all the profound changes that are taking place, even Graduates should actively input into the current changes implemented in universities. In Europe, post-graduate courses focus on the prospects that educational courses provide in the field of research, in increasingly specialised scientific and technological fields.*

*With regards to the ICAR 17 group, we all know that there is no change in the research methods and comprehension of Drawing as a tool. However, the fact that some areas remain unexplored, that computerisation is widespread as are increasingly sophisticated technological instruments, means it is possible to increase and diversify research activities in this field.*

*research: three key areas necessary to build the profile of a well prepared researcher, conscious of the scientific potential of his own specific field of competence.*

*In November 2005, the competent authorities of the University of Florence, the mover of this idea, approved the establishment of the School, called Representation and Survey Sciences.*

*Six doctorates in the ICAR 17 field of several universities are currently part of the school: the University of Chieti-Pescara, the University of Rome "La Sapienza", the Bari Polytechnic, the Mediterranean University of Reggio Calabria, the University of Palermo and the University of Florence.*

*The agreement reached on its principles, scope and coordination was facilitated by the accord that existed between the current scientific group belonging to the Italian Association of Design.*

*During the first three years, the management of the school has been entrusted to the University of Florence. As the Coordinator of the Florentine Graduate Course, I have been nominated Director. I am well aware of the organisational difficulties faced by the school in order to make this graduate course a success. As Director, I rely on the participation of the lecturers in this field and I also count on the enthusiasm already demonstrated by the young post-graduates who realise full well the importance of a national – and I hope soon – international, network of culture.*

*During this first year, the school is experimenting with an organisational and educational approach that should ensure it achieves its goals. Later on, additional decisions will be taken on the basis of the scientific and functional results achieved. We should remember that our final objective is to establish a method that will allow us to work in different places or environments, tackling complex systems, styles and forms in order to continue to learn, understand, represent and design.*

## libri

Tiziana Fiorucci, a cura di  
**Metodologie innovative integrate per il rilevamento dell'architettura e dell'ambiente**

Roma, Gangemi, 2005

Il progetto nazionale Cofin 2002, coordinato dal professor Mario Docci, intendeva affrontare un tema strategico per quanti operano ai fini di una sempre più profonda conoscenza dell'architettura e dell'ambiente in vista, soprattutto, di una loro conservazione: quello, appunto, delle nuove metodologie disponibili per il rilevamento architettonico nonché della necessità di una loro integrazione con le metodologie tradizionali. Se è vero, infatti, che negli ultimi decenni, in seguito all'avvento dell'informatica, nel settore del rilevamento si è assistito all'introduzione di metodologie innovative che hanno di fatto determinato un ribaltamento del modo di procedere tradizionale, è altresì vero che, come ci ricorda Mario Docci nella sua introduzione al volume, «Contrariamente a quanto accade in altri settori del sapere, dove le nuove metodologie rendono spesso superate e obsolete le precedenti, nel nostro caso esse, pur apportando nuove e diverse conoscenze, da sole non riescono a documentare la totalità degli aspetti dell'architettura. Si comprende quindi come l'integrazione tra le diverse metodologie di rilevamento, sia innovative che tradizionali, costituisca un passo necessario per giungere a una conoscenza profonda e completa dell'architettura e dell'ambiente».

Il volume, in 312 pagine a colori riccamente illustrate, raccoglie i risultati scientifici e operativi sviluppati nel quadro di questo progetto dalle nove unità di ricerca territoriali che vi hanno partecipato, ciascuna delle quali ha affrontato il tema del rilevamento da un diverso punto di vista. Così l'articolazione della ricerca, che nella varietà e diversità dei contributi mi-

ra a realizzare uno studio organico ed esaustivo dell'argomento, trova un puntuale riscontro nelle nove sezioni che compongono la pubblicazione: *Modelli integrati per la documentazione e il restauro dell'architettura* (Roma, responsabile scientifico Mario Docci); *Tecniche integrate di rilievo con laser scanner 3D per la conservazione (modellazione, analisi colorimetrica e strutturale)* (Ferrara, responsabile scientifico Claudio Alessandri); *Il rilievo architettonico, urbano e ambientale tra metodologie operative e modelli operativi. Le applicazioni nella città di Napoli* (Napoli, responsabile scientifico Adriana Baculo); *Metodologie innovative per la memoria storica: l'abbazia di Montecassino, la città di Cassino e il sistema difensivo prima della distruzione* (Cassino, responsabile scientifico Michela Cigola); *Metodologie per il rilievo e la visualizzazione degli oggetti d'uso* (Milano, responsabile scientifico Marco Gaiani); *Metodologie innovative integrate per il rilevamento dell'architettura e dell'ambiente e per la sua rappresentazione. Lo spazio del rito* (Palermo, responsabile scientifico Michele Inzerillo); *Rilievo integrato, tra tecniche tradizionali re modelli digitalizzati, per la lettura dell'architettura. Un esempio complesso a Firenze* (Firenze, responsabile scientifico Emma Mandelli); *La rappresentazione della città: metodologie innovative integrate per lo studio e la comunicazione dell'architettura* (Pescara, responsabile scientifico Carlo Mezzetti); *Realizzazione di software specifici dedicati all'analisi geometrica e proporzionale di particolari architettonici rilevati con scanner 3D* (Venezia, responsabile scientifico Camillo Trevisan).

Per la qualità e quantità dei contributi presentati il volume si offre come uno strumento di particolare rilevanza per tutti coloro che operano nel settore del rilevamento dell'architettura e dei monumenti ma anche della progettazione architettonica e del design.

Tiziana Fiorucci

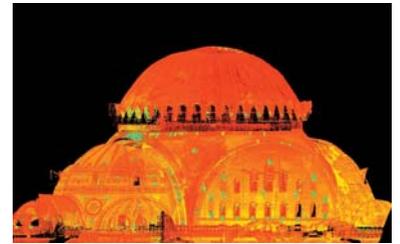
## books

Tiziana Fiorucci, edited by  
**Innovative and integrated methodologies for the survey of architecture and the environment**

Rome, Gangemi, 2005

The aim of the National Cofin 2002 Project, coordinated by Professor Mario Docci, was to focus on a topic that is of fundamental importance to all those dedicated to improving people's understanding of architecture and the environment and, above all, the preservation thereof. The topic was: new technologies for architectural survey and the need for the latter to be used in conjunction with traditional methods. In fact, if it is true that in the past few decades, with the arrival of the computer, the innovative methodologies used by survey have contributed to inverting the way in which survey was traditionally carried out, it is also true that, in the words of Mario Docci written in the introduction of his book, "Contrary to what happens in other fields, where new technologies often replace earlier ones or make them obsolete, in this case, although these technologies provide new, diverse information, they cannot, by themselves, document all the architectural features. This explains why the combination of innovative and traditional survey methods is the right way to achieve a profound and comprehensive appreciation of architecture and the environment."

The book (312 pages) illustrates the scientific and practical results of the Cofin project carried out by the nine research teams in the field. Each team examined the question of survey from a different angle. The aim of the research was to carry out an organic and thorough study and the range of the different studies contributed to achieving this aim. There are nine sections in the book: *Integrated models for the documentation and restoration of architecture* (Rome, Scientific



Director, Mario Docci); *Integrated survey techniques with a 3D scanner for conservation (modelling, colourmetric and structural analysis)* (Ferrara, Scientific Director, Claudio Alessandri); *Operative methodologies and models in architectural, urban and environmental survey. Practical application in Naples* (Naples, Scientific Director, Adriana Baculo); *Innovative methodologies for historical remains: the Abbey in Montecassino, the city of Cassino and the defence system before it was destroyed* (Cassino, Scientific Director, Michela Cigola); *Survey methodologies and the visualisation of ordinary objects* (Milan, Scientific Director, Marco Gaiani); *Integrated innovative methodologies for architectural and environmental survey and representation. The question of rites* (Palermo, Scientific Director, Michele Inzerillo); *Integrated survey to interpret architecture, from traditional methods to digitalised models. A complex example in Florence* (Florence, Scientific Director, Emma Mandelli); *Representation of the city: integrated innovative methodologies for the study and dissemination of architecture* (Pescara, Scientific Director, Carlo Mezzetti); *Creation of specific software for the geometric and proportional analysis of architecture at details surveyed with a 3D scanner* (Venice, Scientific Director, Camillo Trevisan).

The quality and quantity of the papers in the book provide a particularly important tool for all those who work in the field of architectural and monumental survey as well as in the field of architectural design and design.

Tiziana Fiorucci

*Paolo Desideri*  
Disegnare per costruire  
*Drawing to build*

*Aimaro Isola*  
La matita e il coltello  
*The pencil and the knife*

*Angelo Ambrosi, Gabriele Rossi*  
La rappresentazione delle volte leccesi  
tra rilievo e iconografia  
*Survey and iconography in the  
representation of vaults in the Lecce region*

*Riccardo Migliari*  
La prospettiva e Panofsky  
*Panofsky and perspective*

*Andrea Casale*  
La non prospettiva vitruviana  
*Vitruvian non perspective*

*Roberto Corazzi, Giuseppe Conti*  
La cupola di Brunelleschi  
fra ipotesi e realtà  
*Brunelleschi's dome  
between theory and reality*

*Livio Sacchi*  
Il rilevamento di Palazzo Mattei  
di Giove a Roma  
*The survey of Palazzo Mattei di Giove in Rome*

*Marco Gaiani, Gabriele Guidi, Laura Micoli,  
Massimo Musio Sale, Michele Russo*  
Reverse modeling per la nautica:  
rilievo dello scafo di un gommone  
con sistemi di scansione 3D a basso costo  
*Reverse modeling for boats:  
survey of the hull of an inflatable boat  
using low cost 3D scansion systems*



ISSN 1123-9247



9 771123 924009



5 0 0 3 1

ISBN 884921097-3



9 788849 210972